서문

새 교육과정에 맞춘 기출문제집의 기준이 되려고 합니다 !

2016년 11월 17일에 실시된 대학수학능력평가 수학 영역은 6년만의 불수능으로, 고득점을 노리는 수험생에게 만점과 1등급을 결정하는 최고 난문(30번)에 대한 대비가 그 어느 때보다 중요해졌습니다.

○ 올해 최고 난문의 특징은

가형 : 가형 30번은 최소한 6단계 이상의 사고과정을 거쳐야 풀 수 있는 문제였습니다. 물론 수학적 직관으로 몇 단계는 줄일 수 있겠습니다만, 그렇다고 해도 지난 5년간 출제된 이과 30번에 비하여 사고과정의 단계가 많았습니다. 그런데 어려워 보이는 이 문제는 사실 알고 보면 **지난 23년간 출제된 평가원 기출문제들의 재조합일 뿐이며, 풀이의 각 과정과 과거 평가원 기출문제 사이에 일대일대응이 가능**합니다. 이처럼 평가원이 수험생에게 우선적으로 요구하는 것은 교과서의 개념을 정확하게 숙지하고, 이를 바탕으로 교과서 문제, 평가원 기출문제를 반복 연습하는 것입니다. 이런 원칙을 지켜서 연습을 충분히 한 수험생의 경우 올해 가형 30번은 도전해 볼만 했을 것이지만, 빠르고 멋있는 풀이에 길들여진 수험생의 경우 당혹스러웠을 것입니다. 더 이상 피상적인 학습만으로는 가형에서 만점은 불가능 한 것입니다.

나형 : 나형 30번은 최소한 3단계 이상의 사고과정을 거쳐야 풀 수 있는 문제였습니다. 풀이의 중간 단계에서 역함수의 개념이 사용되는데, 역함수에 대한 정확한 이해를 바탕으로 다양한 상황의 문제를 푼 경험이 없었다면 당혹스러웠을 것입니다. 지난 5년간의 수능과 비교해 볼 때, 이젠 나형에서도 개념에 대한 정확한 이해와 이를 문제풀이에 실제로 적용할 수 있는 능력을 요구하고 있는 것입니다. 특히 난문의 경우 풀다 보면 어떻게든 풀리는 문제가 출제될 가능성은 적어지고 있는 것입니다.

○ 수능 수학을 대비하기 위해서는

(1) 교과서의 정의/정리/공식/성질/법칙을 정확하게 이해하고, 이를 교과서의 예제와 연습문제에 적용하는 연습을 해야 합니다.

(2) (1)의 연습을 바탕으로 평가원 기출문제를 최소 3회 이상 반복해서 풀어야 합니다. 특히 **정답률이 낮은 난문에 대해서는 자신의 손에서 정확한 풀이가 나올 때까지 서술형 풀이를 여러 번 작성**해야 합니다. 이 책의 모든 풀이는 교과서의 정의/정리/성질/공식/법칙과 수학적 표현만으로 작성되었으며, 가능하면 표현의 경제성보다는 수학적 엄밀함에 무게를 두었습니다. 자신의 풀이와 해설집의 풀이를 대조비교 하는 것도 좋은 공부가 될 것입니다.

(3) 평가원 기출문제에서 자주 등장하는 수학적 사고력, 수학적 사실들은 스스로 정리하는 것이 필요합니다. 평가원 기출문제는 확장된 교과서이기 때문입니다. 한 번 풀고 마는 문제들이 아닙니다.

○ 해설에 대하여

이 책에 실린 **해설은 지난 5년간 1만 시간 이상 작업한 결과물**입니다. 다양한 관점을 제시하기 위하여 시중에 출시된 대부분의 개념서와 기출문제집의 해설을 읽었으며, 이를 해설에 적극적으로 반영하였습니다. 아직은 부족한 점이 많겠지만 **시중의 어떤 기출 문제집 보다도 많은 다른 풀이와 참고 사항을 수록**하였다고 생각합니다.

수능 수학의 모든 것을 한 권에 담는 다는 각오로, 매년 개정판을 내면서 해설 보강 작업을 계속해나갈 것입니다.

이동훈

2018학년도 수능의 시작입니다 !

학년도	시험	실시년도/월	학년도	시험	실시년도/월
5차 교육과정			2007	대학수학능력	2006년 11월
1991	실험평가(1차)	1990년 12월	2008	모의평가(6월)	2007년 6월
1992	실험평가(2차)	1991년 5월	2008	모의평가(9월)	2007년 9월
1992	실험평가(3차)	1991년 8월	2008	대학수학능력	2007년 11월
1992	실험평가(4차)	1991년 11월	2009	모의평가(6월)	2008년 6월
1993	실험평가(5차)	1992년 5월	2009	모의평가(9월)	2008년 9월
1993	실험평가(6차)	1992년 8월	2009	대학수학능력	2008년 11월
1993	실험평가(7차)	1992년 11월	2010	모의평가(6월)	2009년 6월
1994	대학수학능력(1차)	1993년 8월	2010	모의평가(9월)	2009년 9월
1994	대학수학능력(2차)	1993년 11월	2010	대학수학능력	2009년 11월
1995	대학수학능력	1994년 11월	2011	모의평가(6월)	2010년 6월
1996	대학수학능력	1995년 11월	2011	모의평가(9월)	2010년 9월
1997	대학수학능력	1996년 11월	2011	대학수학능력	2010년 11월
1998	대학수학능력	1997년 11월	2007개정 교육과정		
6차 교육과정			2012	모의평가(6월)	2011년 6월
1999	대학수학능력	1998년 11월	2012	모의평가(9월)	2011년 9월
2000	대학수학능력	1999년 11월	2012	대학수학능력	2011년 11월
2001	대학수학능력	2000년 11월	2014	예비평가	2012년 5월
2002	대학수학능력	2001년 11월	2013	모의평가(6월)	2012년 6월
2003	대학수학능력	2002년 9월	2013	모의평가(9월)	2012년 9월
2003	대학수학능력	2002년 11월	2013	대학수학능력	2012년 11월
2004	대학수학능력	2003년 6월	2014	모의평가(6월)	2013년 6월
2004	대학수학능력	2003년 9월	2014	모의평가(9월)	2013년 9월
2004	대학수학능력	2003년 11월	2014	대학수학능력	2013년 11월
7차 교육과정			2015	모의평가(6월)	2014년 6월
2005	예비평가	2003년 12월	2015	모의평가(9월)	2014년 9월
2005	모의평가(6월)	2004년 6월	2015	대학수학능력	2014년 11월
2005	모의평가(9월)	2004년 9월	2016	모의평가(6월)	2015년 6월
2005	대학수학능력	2004년 11월	2016	모의평가(9월)	2015년 9월
2006	모의평가(6월)	2005년 6월	2016	대학수학능력	2015년 11월
2006	모의평가(9월)	2005년 9월	2009개정 교육과정		
2006	대학수학능력	2005년 11월	2017	모의평가(6월)	2016년 6월
2007	모의평가(6월)	2006년 6월	2017	모의평가(9월)	2016년 9월
2007	모의평가(9월)	2006년 9월	2017	대학수학능력	2016년 11월

각 과목별 문항 수 및 비율 (총 3108 문항)

수학2	미적분1	미적분2	**확률과 통계**	기하와 벡터	수학1	교육과정 外
467	528	539	**478**	244	134	718
15 %	17 %	17.4 %	**15.4 %**	7.8 %	4.3 %	23.1 %

※ 수학1, 교육과정 外의 문항과 해설은 오르비북스(orbibooks.com)에서 무료PDF파일 다운로드 가능

○ **'이동훈 기출문제집 확률과 통계'** 에는 평가원이 세상에 선보인 3108개의 문항 중에서
2009개정 교육과정에 맞는 478개의 문항을 엄선하여 수록하였습니다.
(일부 문항은 새 교육과정에 맞게 용어와 기호를 수정)

○ 문항 정렬은 단원별, 출제년도 순을 따랐습니다.
소단원별의 문항 구성은 교과서의 서술 체계를 가장 잘 드러내며,
출제년도 순의 문항 구성은 출제 경향을 뚜렷하게 보여줄 것입니다.

○ 모든 해설은 교과서에 근거합니다.
해설은 교과서의 정의/정리/성질/공식/법칙과 수학적 표현만으로 작성되었으며, 수학적으로 엄밀합니다.
다른 풀이 및 참고 사항을 최대한 수록하여 문제 해결의 다양한 시각을 제시하였습니다.

문제집 목차

M. 순열과 조합

1. 순열 7
2. 조합 22
3. 분할 48

N. 확률

1. 확률의 뜻과 활용 51
2. 조건부확률 61

P. 통계

1. 확률분포 92
2. 통계적 추정 120

단원별 알파벳구성

과목	대단원	알파벳	과목	대단원	알파벳
수학2	집합과 명제	A	확률과 통계	순열과 조합	M
	함수	B		확률	N
	수열	C		통계	P
	지수와 로그	D	기하와 벡터	평면 곡선	Q
미적분1	수열의 극한	E		평면 벡터	R
	함수의 극한과 연속	F		공간 도형	S
	다항함수의 미분법	G		공간 벡터	T
	다항함수의 적분법	H	수학1	다항식	U
미적분2	지수함수와 로그함수	I		방정식과 부등식	V
	삼각함수	J		도형의 방정식	W
	미분법	K	교육과정 外		Z
	적분법	L			

M. 순열과 조합

1. 순열

경우의 수	M001-M015
순열	M016-M031
원순열	M032-M033
중복순열	M034-M038
같은 것이 있는 순열	M039-M054

2. 조합

조합	M055-M099
중복조합	M100-M132
이항정리	M133-M155
파스칼의 삼각형	M156

3. 분할

자연수의 분할	M157-M162
집합의 분할	M163

- 2009개정 교육과정

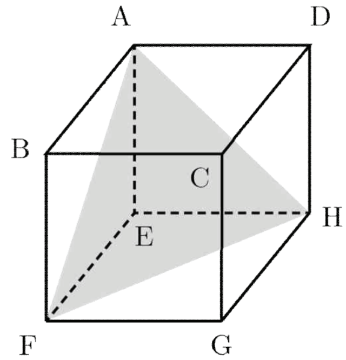
○ 2007개정 교육과정의 경우의 수(수학), 분할(이산수학) 단원의 문제를 수록하였습니다.

M. 경우의 수

M001

(1996-인문예체능17/자연17)

오른쪽 정육면체에서 임의의 세 꼭짓점을 택하여 삼각형을 만들 때, 그림과 같은 정삼각형과 합동인 삼각형을 만들 수 있는 방법의 수는? [1.5점]



① 4 ② 6 ③ 8
④ 12 ⑤ 24

M002

(1998-인문예체능21/자연21)

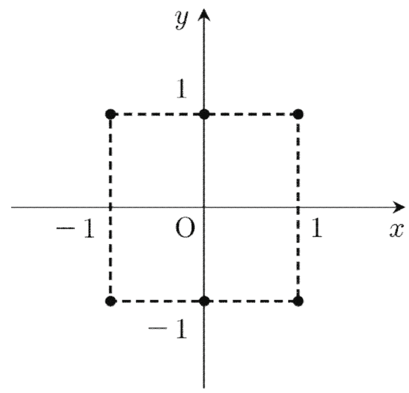
다음은 인공적인 핵분열을 가상적으로 모형화한 것이다.
모든 불안정한 원자핵은 두 개의 핵으로 분열하고, 이 때 생긴 핵은 안정할 수도 있고 불안정할 수도 있다. 불안정한 핵은 다시 두 개의 핵으로 분열하고, 이 과정은 안정한 핵들만 남을 때까지 계속된다. 또한 불안정한 핵이 분열할 때마다 $100\,\mathrm{MeV}$의 에너지가 생성된다.
어떤 불안정한 원자핵 하나가 위와 같은 핵분열을 거듭한 결과 8개의 안정한 핵들만 남았다면, 이 핵분열 과정에서 생성되는 총에너지는 몇 MeV인가? [3점]

① 800 ② 700 ③ 600
④ 500 ⑤ 400

M003

(2001-인문20/예체능20)

좌표평면 위에 여섯 개의 점 $(1,\ 1)$, $(1,\ -1)$, $(0,\ 1)$, $(0,\ -1)$, $(-1,\ 1)$, $(-1,\ -1)$이 있다. 이 중 세 점을 지나는 이차함수 $y=f(x)$의 개수는? [2점]



① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

M004

(2005(예비)-가형21/나형21)

세 주사위 A, B, C를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 곱이 짝수인 경우의 수를 구하시오. [3점]

M005

(2005(9)-가형25/나형25)

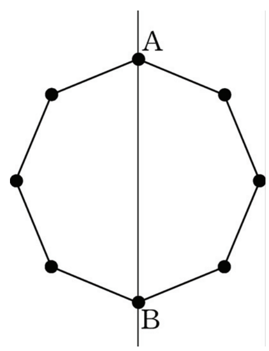
집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$에 대하여 다음 세 조건을 모두 만족하는 함수 $f\ :A\rightarrow A$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 함수 f는 일대일 대응이다.
(나) $f(1)=7$
(다) $k\geq 2$이면 $f(k)\leq k$이다.

M006

(2006(6)-가형27이산수학)

정팔각형의 모든 꼭짓점에 숫자 0 또는 1을 지정하려고 한다. 오른쪽 그림과 같이 고정된 두 꼭짓점 A와 B를 잇는 직선에 대하여 대칭인 점에 같은 숫자를 지정하는 경우의 수는? [3점]



① 16 ② 32 ③ 48
④ 64 ⑤ 80

M007

(2006(9)-나형8)

집합 $S_1,\ S_2,\ S_3$은 다음과 같다.

$S_1=\{1,\ 2\}$
$S_2=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$
$S_3=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

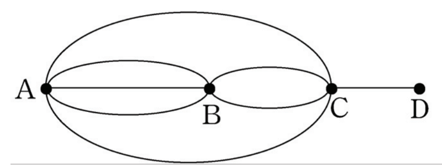
집합 S_1에서 한 개의 원소를 선택하여 백의 자리의 수, 집합 S_2에서 한 개의 원소를 선택하여 십의 자리의 수, 집합 S_3에서 한 개의 원소를 선택하여 일의 자리의 수로 하는 세 자리의 수를 만들 때, 각 자리의 수가 모두 다른 세 자리의 수의 개수는? [3점]

① 8 ② 12 ③ 16
④ 20 ⑤ 24

M008

(2007(6)-가형26이산수학)

다음 그림은 네 지점 A, B, C, D 사이의 도로망을 나타낸 것이다. 도로를 따라 지점 A에서 지점 D까지 가는 방법의 수는? (단, 한 번 지나간 지점은 다시 지나지 않는다.)[3점]



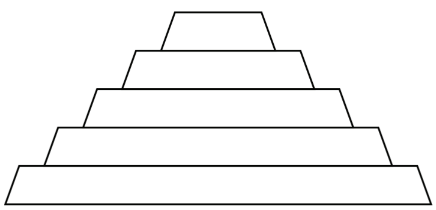
① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

M009
(2008-가형25/나형25)

서로 다른 5종류의 체험 프로그램을 운영하는 어느 수련원이 있다. 이 수련원의 프로그램에 참가한 A와 B가 각각 5종류의 체험 프로그램 중에서 2종류를 선택하려고 한다.
A와 B가 선택하는 2종류의 체험 프로그램 중에서 한 종류만 같은 경우의 수를 구하시오. [4점]

M010
(2009(6)-가형25/나형25)

그림과 같은 모양의 종이에 서로 다른 3가지 색을 사용하여 색칠하려고 한다. 이웃한 사다리꼴에는 서로 다른 색을 칠하고, 맨 위의 사다리꼴과 맨 아래의 사다리꼴에 서로 다른 색을 칠한다. 5개의 사다리꼴에 색을 칠하는 방법의 수를 구하시오. [4점]



M011
(2009(6)-가형30확률통계)

A, B 두 사람이 하루에 한 번씩 탁구 경기를 하기로 하였다. 첫 경기부터 A가 이긴 횟수가 B가 이긴 횟수보다 항상 많거나 같도록 유지되면서 경기가 진행될 때, 처음 7일 동안 경기를 치른 결과, A가 네 번 이기고 B가 세 번 이기는 경우의 수를 구하시오. [4점]

M012
(2010(6)-가형25/나형25)

좌표평면 위의 점들의 집합 $S=\{(x,\ y)\,|\,x$와 y는 정수$\}$가 있다. 집합 S에 속하는 한 점에서 S에 속하는 다른 점으로 이동하는 '점프'는 다음 규칙을 만족시킨다.

점 P에서 한 번의 '점프'로 점 Q로 이동할 때, 선분 PQ의 길이는 1 또는 $\sqrt{2}$이다.

점 A$(-2,\ 0)$에서 점 B$(2,\ 0)$까지 4번만 '점프'하여 이동하는 경우의 수를 구하시오. (단, 이동하는 과정에서 지나는 점이 다르면 다른 경우이다.) [4점]

M013
(2010(6)−가형27이산수학)

두 문자 a, b를 중복을 허락하여 만든 6자리 문자열 중에서 다음 조건을 만족시키는 문자열의 개수는? [3점]

(가) 첫 문자는 a이다. (나) a끼리는 이웃하지 않는다.

① 16　② 14　③ 12
④ 10　⑤ 8

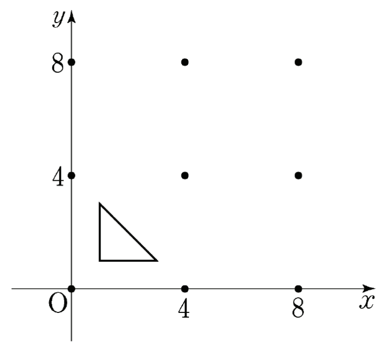
M014
(2010−나형14)

두 인형 A, B에게 색이 정해지지 않은 셔츠와 바지를 모두 입힌 후, 입힌 옷의 색을 정하는 컴퓨터 게임이 있다. 서로 다른 모양의 셔츠와 바지가 각각 3개씩 있고, 각 옷의 색은 빨강과 초록 중 하나를 정한다. 한 인형에게 입힌 셔츠와 바지는 다른 인형에게 입히지 않는다. A인형의 셔츠와 바지의 색은 서로 다르게 정하고, B인형의 셔츠와 바지의 색도 서로 다르게 정한다. 이 게임에서 두 인형 A, B에게 셔츠와 바지를 입히고 색을 정할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는? [4점]

① 252　② 216　③ 180
④ 144　⑤ 108

M015
(2011(6)−가형17/나형17)

좌표평면 위에 9개의 점 $(i,\ j)$ $(i=0,\ 4,\ 8,\ j=0,\ 4,\ 8)$이 있다. 이 9개의 점 중 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형 중에서 내부에 세 점 $(1,\ 1)$, $(3,\ 1)$, $(1,\ 3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 포함하는 사각형의 개수는? [4점]



① 13　② 15　③ 17
④ 19　⑤ 21

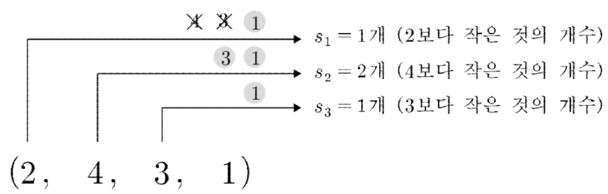
M. 순열

M016

(1997-인문예체능28/자연28)

집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$의 네 원소를 배열하여 만든 순열 $(a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4)$에 대하여 각 숫자 a_k의 오른쪽에 있는 수 중에서 a_k보다 작은 것들의 개수를 $s_k(k=1,\ 2,\ 3)$이라고 하고, 이들의 합 $s_1+s_2+s_3$을 $|(a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4)|$로 나타내자. 예를 들면

$|(2,\ 4,\ 3,\ 1)|=s_1+s_2+s_3=1+2+1=4$이다.



집합 A에 대한 24개의 모든 순열 $(i_1,\ i_2,\ i_3,\ i_4)$마다 각각 정해지는 $|(i_1,\ i_2,\ i_3,\ i_4)|$의 총합을 구하여라. [4점]

M017

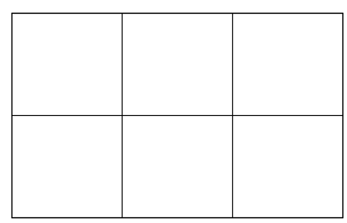
(1998-인문예체능28/자연28)

오른쪽 그림과 같이 4개의 섬이 있다. 3개의 다리를 건설하여 4개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

M018

(2005(예비)-나형30)

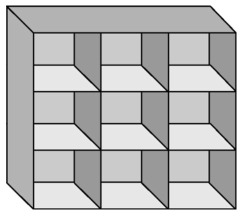
그림과 같이 여섯 칸으로 나누어진 직사각형의 각 칸에 6개의 수 1, 2, 4, 6, 8, 9를 한 개씩 써 넣으려고 한다. 각 가로줄에 있는 세 수의 합이 서로 같은 경우의 수를 구하시오. [3점]



M019

(2005(6)-가형29확률통계)

세 종류의 상품이 3개씩 있다. 이 상품을 그림과 같은 진열장에 한 칸에 하나씩 모두 진열하고자 한다. 가로줄에는 서로 다른 세 종류의 상품을 진열하고 세로줄에는 같은 종류의 상품이 이웃하지 않게 진열하는 방법의 수는? [4점]



① 24 ② 30 ③ 36
④ 42 ⑤ 48

M020

(2006(6)-나형21)

1, 2, 3, 4, 5, 6을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3의 배수인 자연수의 개수를 구하시오. [3점]

M021

(2006(6)-가형22)

집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에서 A로의 함수 중에서 다음 두 조건을 만족시키는 함수 f의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 함수 f는 일대일 대응이다.
(나) 정의역 A의 한 원소 n에 대하여
$f(n+1)-f(n)=5$이다.

M022

(2007(6)-가형15/나형15)

어느 회사에서 사원 연수를 위하여 네 지역 서울, 부산, 광주, 대구에서 각각 3명씩 모두 12명의 사원을 선발하였다. 같은 지역에서 선발된 사원끼리는 같은 조에 속하지 않도록 각 지역에서 한 명씩 선택하여 4명으로 구성된 3개의 조로 나누는 방법의 수는? [3점]

① 80 ② 144 ③ 216
④ 240 ⑤ 288

M023

(2007(9)−나형6)

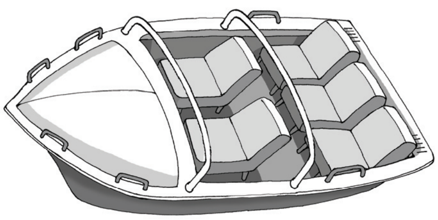
여학생 2명과 남학생 4명이 순서를 정하여 차례로 뜀틀 넘기를 할 때, 여학생 2명이 연이어 뜀틀 넘기를 하게 되는 경우의 수는? [3점]

① 120 ② 180 ③ 240
④ 300 ⑤ 360

M024

(2007−나형23)

어른 2명과 어린이 3명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 앞줄에 2개, 뒷줄에 3개의 의자가 있다. 어린이가 어른과 반드시 같은 줄에 앉을 때, 5명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하시오. [4점]



M025

(2008(9)−나형7)

여학생 2명이 먼저, 남학생 3명이 나중에 한 명씩 차례로 놀이공원에 입장하려고 한다. 이 학생 5명이 놀이공원에 입장하는 방법의 수는? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

M026

(2008−나형9)

1부와 2부로 나누어 진행하는 어느 음악회에서 독창 2팀, 중창 2팀, 합창 3팀이 모두 공연할 때, 다음 두 조건에 따라 7팀의 공연 순서를 정하려고 한다.

(가) 1부에는 독창, 중창, 합창 순으로 3팀이 공연한다.
(나) 2부에는 독창, 중창, 합창, 합창 순으로 4팀이 공연한다.

이 음악회의 공연 순서를 정하는 방법의 수는? [3점]

① 18 ② 20 ③ 22
④ 24 ⑤ 26

해설집 목차

M. 순열과 조합

1. 순열 4
2. 조합 28
3. 분할 56

N. 확률

1. 확률의 뜻과 활용 59
2. 조건부확률 72

P. 통계

1. 확률분포 109
2. 통계적 추정 138

단원별 알파벳구성

<table>
<tr><th>과목</th><th>대단원</th><th>알파벳</th><th>과목</th><th>대단원</th><th>알파벳</th></tr>
<tr><td rowspan="4">수학2</td><td>집합과 명제</td><td>A</td><td rowspan="3">확률과
통계</td><td>순열과 조합</td><td>M</td></tr>
<tr><td>함수</td><td>B</td><td>확률</td><td>N</td></tr>
<tr><td>수열</td><td>C</td><td>통계</td><td>P</td></tr>
<tr><td>지수와 로그</td><td>D</td><td rowspan="4">기하와
벡터</td><td>평면 곡선</td><td>Q</td></tr>
<tr><td rowspan="4">미적분1</td><td>수열의 극한</td><td>E</td><td>평면 벡터</td><td>R</td></tr>
<tr><td>함수의 극한과 연속</td><td>F</td><td>공간 도형</td><td>S</td></tr>
<tr><td>다항함수의 미분법</td><td>G</td><td>공간 벡터</td><td>T</td></tr>
<tr><td>다항함수의 적분법</td><td>H</td><td rowspan="3">수학1</td><td>다항식</td><td>U</td></tr>
<tr><td rowspan="4">미적분2</td><td>지수함수와 로그함수</td><td>I</td><td>방정식과 부등식</td><td>V</td></tr>
<tr><td>삼각함수</td><td>J</td><td>도형의 방정식</td><td>W</td></tr>
<tr><td>미분법</td><td>K</td><td colspan="2">교육과정 外</td><td>Z</td></tr>
<tr><td>적분법</td><td>L</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

M. 순열과 조합

1 ③	**2** ②	**3** ③	**4** 189	**5** 32
6 ②	**7** ⑤	**8** ③	**9** 60	**10** 30
11 14	**12** 19	**13** ⑤	**14** ④	**15** ②
16 72	**17** 16	**18** 72	**19** ①	**20** 48
21 120	**22** ③	**23** ③	**24** 72	**25** ②
26 ④	**27** ②	**28** 64	**29** ②	**30** ⑤
31 24	**32** ②	**33** ③	**34** 22	**35** ①
36 ②	**37** ①	**38** ③	**39** ③	**40** ⑤
41 600	**42** 36	**43** 90	**44** 12	**45** ①
46 34	**47** ③	**48** ⑤	**49** 40	**50** 17
51 ①	**52** ④	**53** ②	**54** ④	**55** ④
56 35	**57** ②	**58** 52	**59** 360	**60** ③
61 126	**62** 105	**63** ④	**64** ③	**65** 68
66 81	**67** ⑤	**68** ④	**69** ⑤	**70** 80
71 25	**72** 160	**73** 200	**74** ②	**75** 72
76 ③	**77** ④	**78** ②	**79** ③	**80** ④
81 90	**82** ⑤	**83** ③	**84** ②	**85** 30
86 ③	**87** ⑤	**88** 8	**89** ④	**90** ①
91 ①	**92** 11	**93** 20	**94** ②	**95** ②
96 60	**97** ⑤	**98** 21	**99** 30	**100** 210
101 185	**102** 10	**103** ④	**104** ①	**105** ③
106 455	**107** ⑤	**108** 28	**109** 171	**110** 126
111 60	**112** 35	**113** ⑤	**114** ②	**115** ④
116 ③	**117** ⑤	**118** ④	**119** ⑤	**120** ③
121 9	**122** ②	**123** 220	**124** 68	**125** ①
126 32	**127** ④	**128** ③	**129** ③	**130** 36
131 32	**132** 10	**133** ①	**134** ⑤	**135** 682
136 12	**137** 135	**138** 84	**139** ⑤	**140** 12
141 20	**142** ⑤	**143** 102	**144** ②	**145** ③
146 25	**147** 10	**148** 20	**149** 30	**150** ①
151 ④	**152** 12	**153** 3	**154** ②	**155** ④
156 ①	**157** ①	**158** ④	**159** ③	**160** ②
161 ③	**162** ②	**163** 150		

M001 | 답 ③

[풀이]

문제에서 주어진 정육면체의 한 모서리의 길이를 1로 두어도 풀이의 일반성을 잃지 않는다.

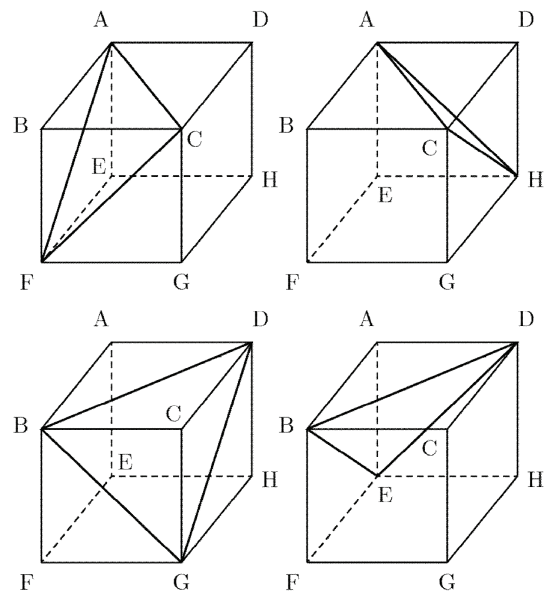
피타고라스의 정리에 의하여 정삼각형 AFH의 한 변의 길이를 구하면 $\sqrt{2}$이다.

(그리고 정육면체의 8개의 꼭짓점 중에서 임의로 선택한 2개의 꼭짓점 사이의 거리는 1 또는 $\sqrt{2}$ 또는 $\sqrt{3}$이다.)

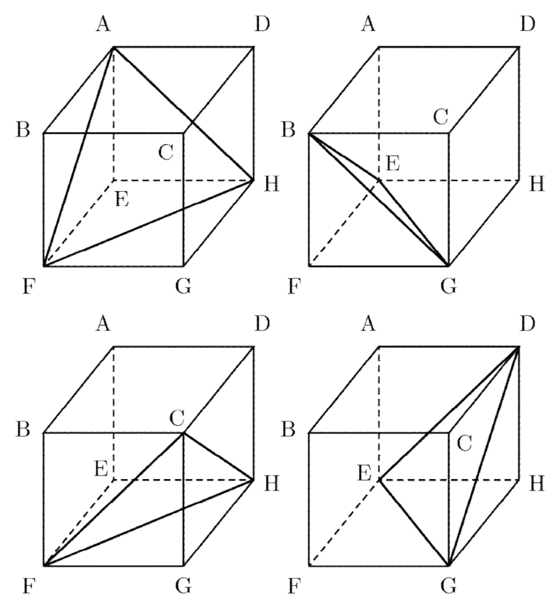
삼각형 AFH와 합동인 삼각형의 3개의 꼭짓점 모두가 정사각형 ABCD의 꼭짓점일 수는 없다. 왜냐하면 정사각형 ABCD의 4개의 꼭짓점 중에서 3개의 꼭짓점을 연결하여 만들어진 삼각형은 정삼각형이 아니기 때문이다.

마찬가지의 이유로 삼각형 AFH와 합동인 삼각형의 3개의 꼭짓점 모두가 정사각형 EFGH의 꼭짓점일 수는 없다.

(1) 삼각형 AFH와 합동인 삼각형의 3개의 꼭짓점 중에서 2개가 정사각형 ABCD의 꼭짓점인 경우



(2) 삼각형 AFH와 합동인 삼각형의 3개의 꼭짓점 중에서 1개가 정사각형 ABCD의 꼭짓점인 경우



(1), (2)는 동시에 발생하지 않으므로 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여

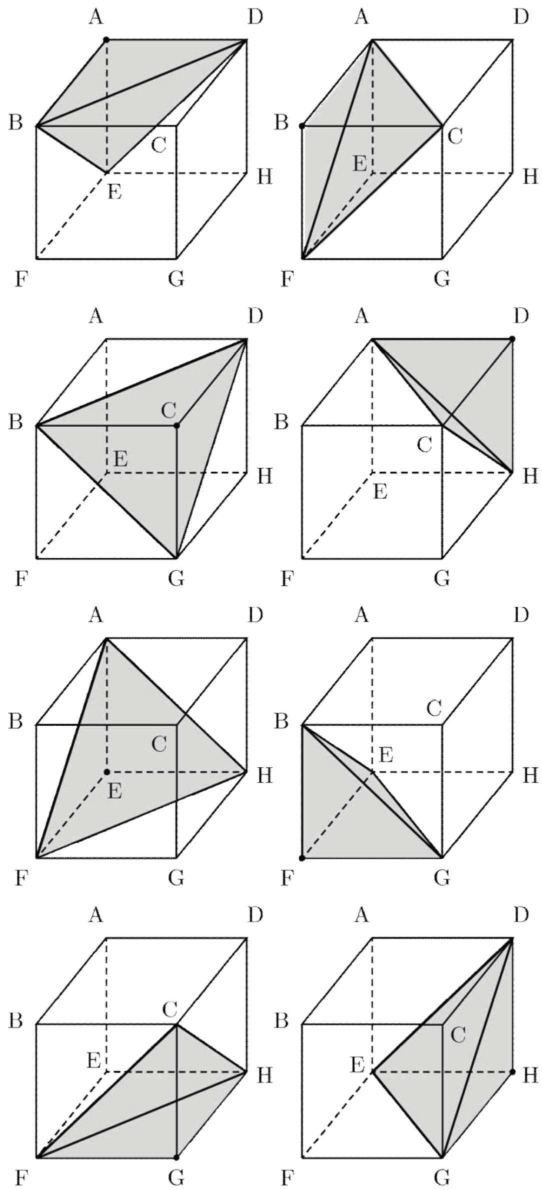
$4+4=8$

답 ③

[참고]
아래 표와 같이 '꼭짓점—정삼각형(밑면)—사면체'의 일대일 대응을 생각할 수 있다.

꼭짓점	정삼각형	사면체
A	BDE	ABDE
B	ACF	BACF
C	BDG	CBDG
D	ACH	DACH
E	AFH	EAFH
F	BEG	FBEG
G	CFH	GCFH
H	EDG	HEDG

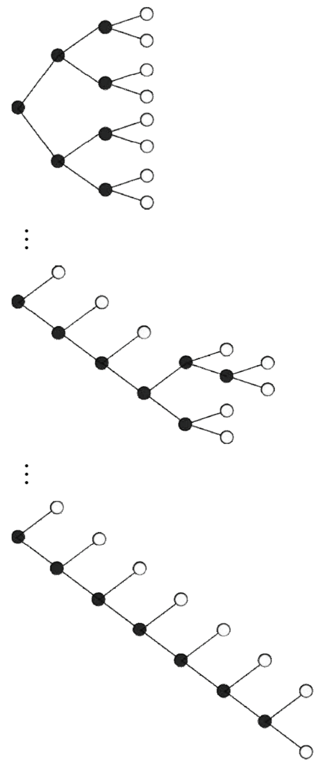
위의 표를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



M002 ㅣ답 ②

[풀이]
○을 안정한 핵, ●을 불안정한 핵이라고 하자.

가능한 '수형도'를 몇 개 그려보면

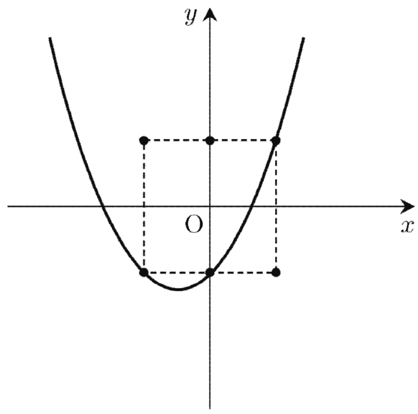


위의 그림처럼 8개의 안정한 핵이 남기 위해서는 7번의 불안정한 핵의 분열이 있어야 한다.
따라서 핵분열과정에서 생성되는 총에너지는
$7\times 100\text{MeV}=700\text{MeV}$
답 ②

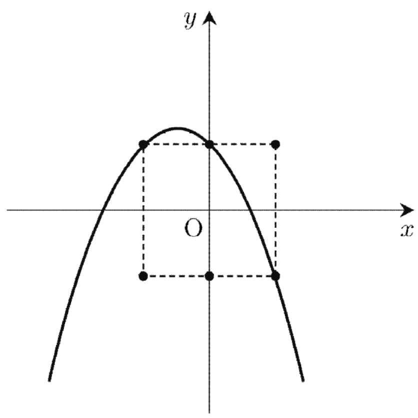
M003 ㅣ답 ③

[풀이]
문제에서 주어진 6개의 점을 각각
$A_1(-1,\ 1)$, $A_2(0,\ 1)$, $A_3(1,\ 1)$,
$B_1(-1,\ -1)$, $B_2(0,\ -1)$, $B_3(1,\ -1)$
이차함수 $f(x)$의 방정식을
$f(x)=ax^2+bx+c\,(a\neq 0)$ $\cdots(*)$
함수 $f(x)$의 그래프가 세 점 A_1, A_2, A_3을 동시에 지난다고 가정하자.
점 A_1을 $(*)$에 대입하면
$a-b+c=1$
점 A_2를 $(*)$에 대입하면
$c=1$
점 A_3을 $(*)$에 대입하면
$a+b+c=1$
a, b, c에 대한 연립방정식을 풀면
$a=b=0$, $c=1$
이는 가정에 모순이다.
따라서 함수 $f(x)$의 그래프는 세 점 A_1, A_2, A_3을 동시에

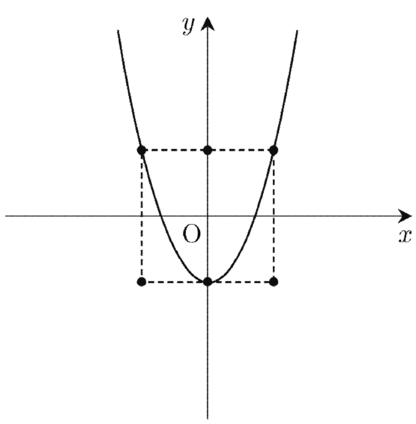
지날 수 없다.
마찬가지의 방법으로 함수 $f(x)$의 그래프는 세 점 B_1, B_2, B_3을 동시에 지날 수 없다.
함수의 정의에 의하여 함수 $f(x)$의 그래프는 A_i, $\mathrm{B}_i (i=1, 2, 3)$을 동시에 지날 수 없다.
이상에서 함수 $f(x)$의 그래프로 가능한 것은 아래의 6가지이다.



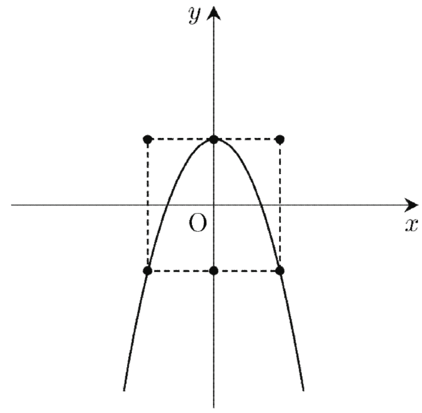
함수 $f(x)$의 방정식은
$f(x)=x^2+x-1$



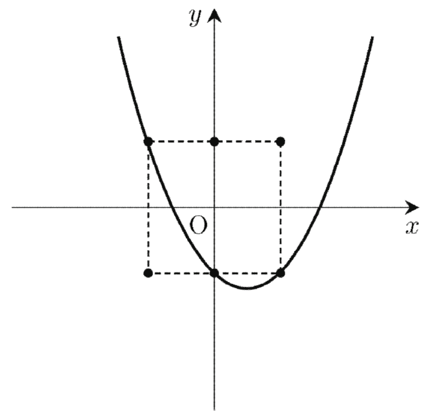
함수 $f(x)$의 방정식은
$f(x)=-x^2-x+1$



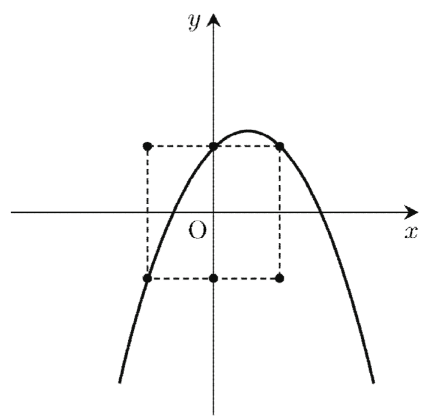
함수 $f(x)$의 방정식은
$f(x)=2x^2-1$



함수 $f(x)$의 방정식은
$f(x)=-2x^2+1$



함수 $f(x)$의 방정식은
$f(x)=x^2-x-1$



함수 $f(x)$의 방정식은
$f(x)=-x^2+x+1$
답 ③

M004 | 답 189

[풀이]
세 주사위 A, B, C를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수를 각각 a, b, c라고 하자.
곱의 법칙에 의하여 아래 표의 각각의 경우의 수를 구하면

a	b	c	abc	경우의 수
짝수	짝수	짝수	짝수	3^3
짝수	짝수	홀수	짝수	3^3
짝수	홀수	짝수	짝수	3^3
홀수	짝수	짝수	짝수	3^3
짝수	홀수	홀수	짝수	3^3
홀수	짝수	홀수	짝수	3^3
홀수	홀수	짝수	짝수	3^3
홀수	홀수	홀수	홀수	3^3

a, b, c 중에서 적어도 하나가 짝수이면 세 수의 곱 abc는 짝수이다.

a, b, c가 모두 홀수인 경우의 수는 3^3이므로

구하는 경우의 수는 $6^3-3^3=189$이다.

답 189

[참고]

곱의 법칙과 합의 법칙에 의하여 경우의 수를

$3^3+3^3+3^3+3^3+3^3+3^3+3^3=7\times3^3$

으로 구해도 좋다.

하지만 이 문제의 경우 여집합의 관점에서 문제를 해결하는 것이 낫다.

M005 | 답 32

[풀이]

조건 (나)에서 $f(1)=7$이다.

조건 (다)에서 $f(2)$가 가질 수 있는 값은 1 또는 2다.

예를 들어 $f(2)=1$이라고 하자.

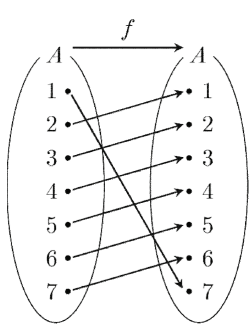
조건 (다), (가)에서 $f(3)$가 가질 수 있는 값은 2 또는 3이다. 예를 들어 $f(3)=2$라고 하자.

조건 (다), (가)에서 $f(4)$가 가질 수 있는 값은 3 또는 4이다. 예를 들어 $f(4)=3$이라고 하자.

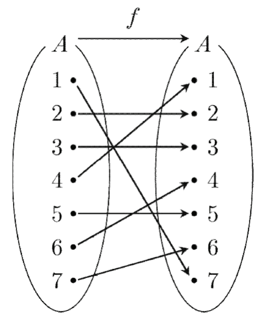
조건 (다), (가)에서 $f(5)$가 가질 수 있는 값은 4 또는 5이다. 예를 들어 $f(5)=4$라고 하자.

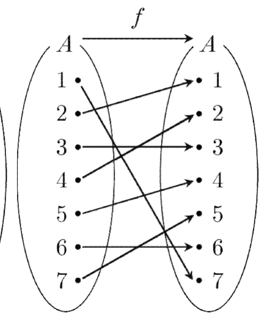
조건 (다), (가)에서 $f(6)$가 가질 수 있는 값은 5 또는 6이다. 예를 들어 $f(6)=5$라고 하자.

이제 $g(7)=6$으로 결정된다.



혹은 아래와 같은 경우들도 가능하다.





⋮

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$2\times2\times2\times2\times2\times1=32$

답 32

M006 | 답 ②

[풀이]

두 꼭짓점 A, B에는 0 또는 1이 오면 된다.

두 꼭짓점 A, B에 숫자를 지정하는 경우의 수는

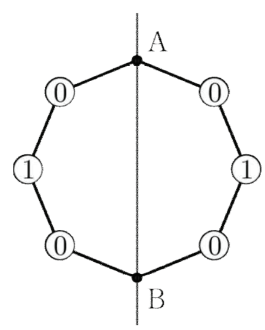
곱의 법칙에 의하여 $2\times2=4$이다.

직선 AB의 왼쪽에 있는 3개의 꼭짓점에는 0 또는 1이 오면 된다.

직선 AB의 왼쪽에 있는 3개의 꼭짓점에 숫자를 지정하는 경우의 수는

곱의 법칙에 의하여 $2\times2\times2=8$이다.

예를 들어 아래 그림과 같이 직선 AB의 왼쪽에 있는 3개의 꼭짓점에 0 또는 1이 오면 직선 AB의 오른쪽에 있는 3개의 꼭짓점에는 대칭적으로 0 또는 1이 온다.



곱의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는

$4\times8=32$

답 ②

M007 | 답 ⑤

[풀이]

우선 세 자리 자연수를 몇 개 만들어보자.

$\boxed{1}$ 2 ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ 백의 자리: 1

~~1~~ 2 $\boxed{3}$ 4 ~~5~~ ~~6~~ 십의 자리: 3

~~1~~ 2 ~~3~~ 4 $\boxed{5}$ 6 일의 자리: 5

⋮

$1\ \boxed{2}\ \cancel{3}\ \cancel{4}\ \cancel{5}\ \cancel{6}$ 백의 자리: 2

$1\ \cancel{2}\ 3\ \boxed{4}\ \cancel{5}\ \cancel{6}$ 십의 자리: 4

$1\ \cancel{2}\ 3\ \cancel{4}\ 5\ \boxed{6}$ 일의 자리: 6

⋮

백의 자리, 십의 자리, 일의 자리를
선택하는 경우의 수는 각각 2, 3, 4이다.
구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여
$2\times3\times4=24$
답 ⑤

M008 | 답 ③

[풀이]
(1) B를 거쳐서 가는 경우
경로는 $\mathrm{A}\to\mathrm{B}\to\mathrm{C}\to\mathrm{D}$이므로
경우의 수는 곱의 법칙에 의하여
$3\times2\times1=6$
(2) B를 거쳐서 가지 않는 경우
경로는 $\mathrm{A}\to\mathrm{C}\to\mathrm{D}$이므로
경우의 수는 곱의 법칙에 의하여
$2\times1=2$
(1), (2)는 동시에 발생하지 않으므로
합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는
$6+2=8$
답 ③

M009 | 답 60

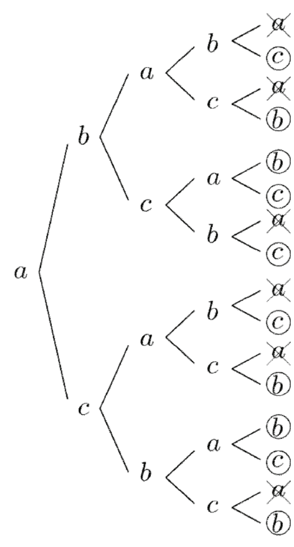
[풀이1]
서로 다른 5종류의 체험 프로그램을 각각 a, b, c, d, e라고 하자.
예를 들어 A, B가 공통으로 선택한 프로그램이 a일 때,
A, B가 a가 아닌 b, c, d, e 중에서 서로 다른 프로그램을 선택할 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 4×3이다.
A, B가 공통으로 선택할 수 있는 프로그램의 수는 5이므로
구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여
$5\times12=60$
답 60

[풀이2] +확률과 통계(조합)
서로 다른 5종류의 체험 프로그램을 각각 a, b, c, d, e라고 하자.
(1) A, B가 선택한 프로그램이 모두 같은 경우
경우의 수는 조합의 수에 의하여 ${}_5\mathrm{C}_2$이다.
(2) A, B가 선택한 프로그램이 모두 다른 경우
경우의 수는 조합의 수와 곱의 법칙에 의하여 ${}_5\mathrm{C}_2\times{}_3\mathrm{C}_2$이다.
구하는 경우의 수는
${}_5\mathrm{C}_2\times{}_5\mathrm{C}_2-({}_5\mathrm{C}_2+{}_5\mathrm{C}_2\times{}_3\mathrm{C}_2)=100-40=60$
답 60

[풀이3]
A가 선택한 프로그램만을 원소로 갖는 집합을 A,
B가 선택한 프로그램만을 원소로 갖는 집합을 B
라고 하자. 문제에서 주어진 조건에 의하여
$n(A\cap B)=1$, $n(A^C\cap B)=1$, $n(A\cap B^C)=1$,
$n((A\cup B)^C)=2$
을 만족시키면 된다.
세 개의 집합
$A\cap B$, $A^C\cap B$, $A\cap B^C$
에 속할 각각의 원소를 결정하는 방법의 수는
곱의 법칙에 의하여
$5\times4\times3=60$
답 60

M010 | 답 30

[풀이1]
3가지 색을 각각 a, b, c라고 하자.
예를 들어 맨 위의 사다리꼴에 a가 색칠될 때, 수형도를 이용하여 나머지 사다리꼴에 색칠되는 색을 쓰면 다음과 같다.
이때, 맨 위의 사다리꼴과 맨 아래의 사다리꼴에는 서로 다른 색이 칠해져야 한다.



맨 위의 사다리꼴에 a가 색칠될 때, 문제에서 주어진 조건을 만족시키도록 나머지 사다리꼴에 칠하는 방법의 수는 10이다.
맨 위의 사다리꼴에 칠할 수 있는 서로 다른 색의 수는 3이므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여
$3\times10=30$
답 30

[풀이2]

3가지 색을 각각 a, b, c라고 하자.

문제에서 주어진 조건을 각각 (가), (나)라고 하자.

(가): 이웃한 사다리꼴에는 서로 다른 색을 칠한다.

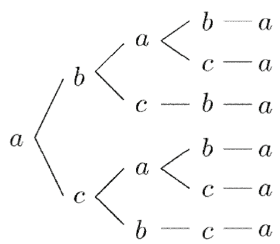
(나): 맨 위의 사다리꼴과 맨 아래의 사다리꼴에 서로 다른 색을 칠한다.

조건 (가)를 만족시키는 방법의 수는 곱의 법칙에 의하여

$3\times2\times2\times2\times2=48$ …㉠

이제 맨 위의 사다리꼴과 맨 아래의 사다리꼴에 서로 같은 색을 칠하는 방법의 수를 구하자.

예를 들어 맨 위의 사다리꼴과 맨 아래의 사다리꼴에 a가 색칠될 때, 수형도를 이용하여 나머지 사다리꼴에 색칠되는 색을 쓰면 다음과 같다.



맨 위의 사다리꼴에 a가 색칠될 때, 조건 (나)를 만족시키지 않도록 나머지 사다리꼴에 칠하는 방법의 수는 6이다. 맨 위의 사다리꼴에 칠할 수 있는 서로 다른 색의 수는 3이므로 조건 (나)를 만족시키지 않도록 나머지 사다리꼴에 칠하는 방법의 수는 곱의 법칙에 의하여

$3\times6=18$ …㉡

㉠, ㉡에서 구하는 방법의 수는

$48-18=30$

답 30

M011 | 답 14

[풀이1]

A가 이길 경우에는 아래의 표에 'A'를 기록하고,

B가 이길 경우에는 아래의 표에 'B'를 기록하자.

1일	2일	3일	4일	5일	6일	7일

(1) A가 마지막으로 이긴 날이 '4일'인 경우

1일	2일	3일	4일	5일	6일	7일
A	A	A	A	B	B	B

경우의 수는 1이다.

(2) A가 마지막으로 이긴 날이 '5일'인 경우

1일	2일	3일	4일	5일	6일	7일
A	A	A	B	A	B	B
A	A	B	A	A	B	B
A	B	A	A	A	B	B

(3) A가 마지막으로 이긴 날이 '6일'인 경우

1일	2일	3일	4일	5일	6일	7일
A	B	A	B	A	A	B
A	B	A	A	B	A	B
A	A	B	B	A	A	B
A	A	B	A	B	A	B
A	A	A	B	B	A	B

(4) A가 마지막으로 이긴 날이 '7일'인 경우

1일	2일	3일	4일	5일	6일	7일
A	A	A	B	B	B	A
A	A	B	A	B	B	A
A	A	B	B	A	B	A
A	B	A	A	B	B	A
A	B	A	B	A	B	A

(1)~(4)는 동시에 발생하지 않으므로

구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여

$1+3+5+5=14$

답 14

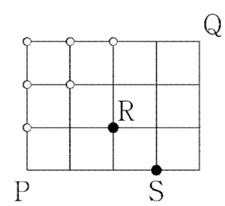
[풀이2] +확률과 통계(같은 것이 있는 순열)

주어진 문제를 최단거리의 개수를 구하는 문제로 치환하여 생각하자.

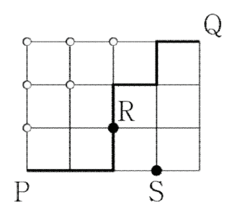
아래와 같은 도로망이 있다.

P지점에서 Q지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수를 구하자.

(단, '○' 표시가 된 교차로는 지날 수 없다.)



오른쪽(→)으로 한 칸 가는 것을 A가 이기는 것으로 위쪽(↑)으로 한 칸 가는 것을 B가 이기는 것으로 하자.



예를 들어 위와 같은 경로로 이동하는 것은

A, A, B, B, A, B, A

의 순서대로 이기는 것과 같다.

이는 문제에서 주어진 모든 조건을 만족시킨다.

(1) $\mathrm{P}\to\mathrm{R}\to\mathrm{Q}$의 경로로 가는 경우

같은 것이 있는 순열의 수와 곱의 법칙에

의하여 경우의 수는

$1\times 2\times\left(\frac{4!}{2!2!}-1\right)=10$

(2) $P\to S\to Q$의 경로로 가는 경우
같은 것이 있는 순열의 수와 곱의 법칙에
의하여 경우의 수는

$1\times\frac{4!}{3!}=4$

(1), (2)는 동시에 발생하지 않으므로
합의 법칙에 의하여

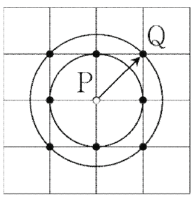
$10+4=14$

답 14

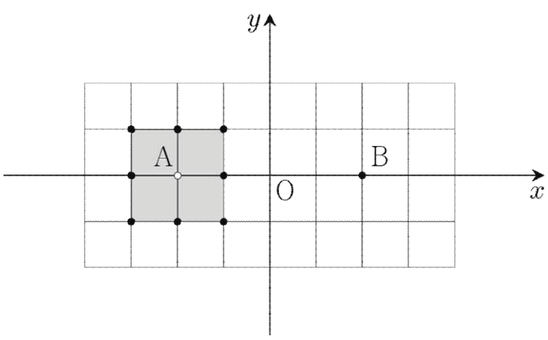
M012 | 답 19

[풀이1]

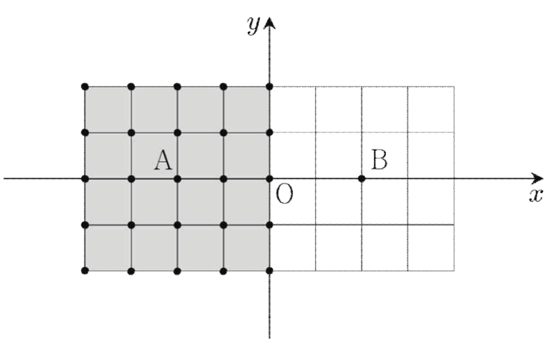
점 P에서 한 번의 '점프'로 이동할 수 있는 점 Q는 아래 그림과 같다. (총 8개의 점)



점 A에서 1번 '점프'할 때, 아래 그림처럼 8개의 점으로 이동할 수 있다.

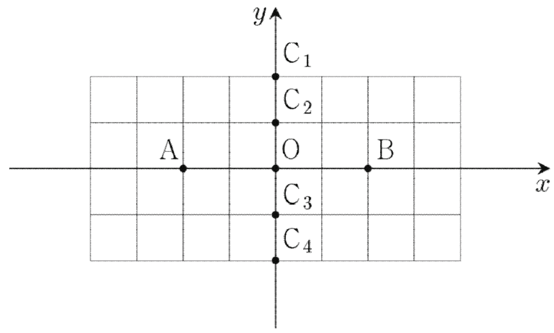


점 A에서 2번 '점프'할 때, 아래 그림처럼 25개의 점으로 이동할 수 있다.



점 A에서 4번 '점프'하여 점 B에 도착하려면 점 A에서 2번 '점프'하여 y축 위의 점에 도착해야 한다.

원점을 제외한 y축 위의 4개의 도착점을 각각 C_1, C_2, C_3, C_4라고 하자.



(1) $A\to C_1\to B$인 경우

점 A에서 2번 '점프'하여 점 C_1에 도착하는 방법은
(↗, ↗)
점 C_1에서 2번 '점프'하여 점 B에 도착하는 방법은
(↘, ↘)
곱의 법칙에 의하여 경우의 수는 $1\times 1=1$

(2) $A\to C_2\to B$인 경우

점 A에서 2번 '점프'하여 점 C_2에 도착하는 방법은
(↗, →) 또는 (→, ↗)
점 C_2에서 2번 '점프'하여 점 B에 도착하는 방법은
(→, ↘) 또는 (↘, →)
곱의 법칙에 의하여 경우의 수는 $2\times 2=4$

(3) $A\to O\to B$인 경우

점 A에서 2번 '점프'하여 점 O에 도착하는 방법은
(→, →) 또는 (↗, ↘) 또는 (↘, ↗)
점 O에서 2번 '점프'하여 점 B에 도착하는 방법은
(→, →) 또는 (↗, ↘) 또는 (↘, ↗)
곱의 법칙에 의하여 경우의 수는 $3\times 3=9$

(4) $A\to C_3\to B$인 경우

(2)와 마찬가지의 방법으로 경우의 수를 구하면 4이다.

(5) $A\to C_4\to B$인 경우

(1)과 마찬가지의 방법으로 경우의 수를 구하면 1이다.

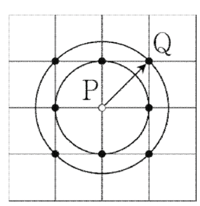
(1)~(5)는 동시에 발생하지 않으므로
합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는

$1+4+9+4+1=19$

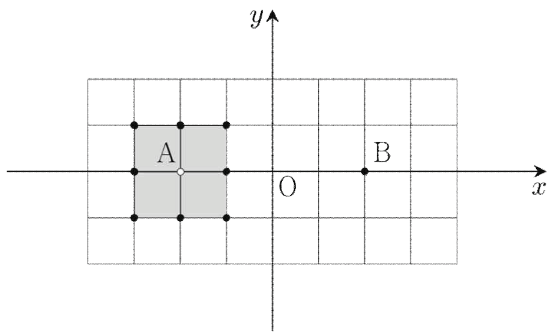
답 19

[풀이2]

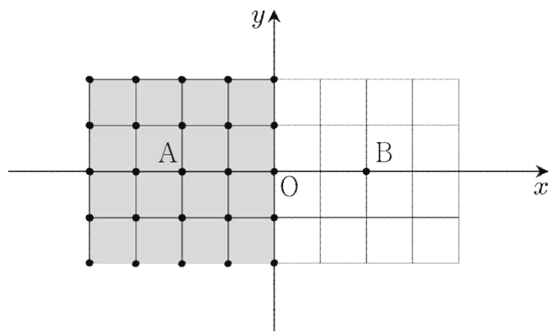
점 P에서 한 번의 '점프'로 이동할 수 있는 점 Q는 아래 그림과 같다. (총 8개의 점)



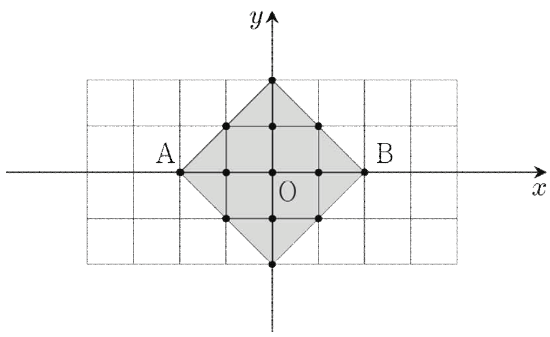
점 A에서 1번 '점프'할 때, 아래 그림처럼 8개의 점으로 이동할 수 있다.



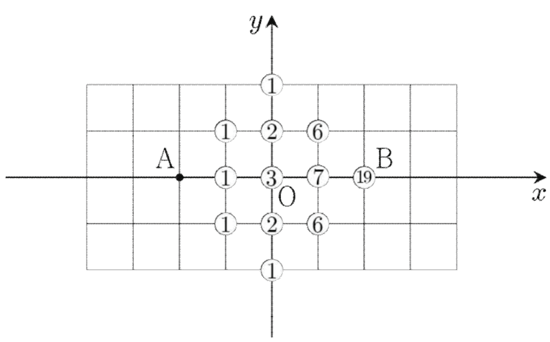
점 A에서 2번 '점프'할 때, 아래 그림처럼 25개의 점으로 이동할 수 있다.



점 A에서 4번 '점프'하여 점 B에 도착하려면 점 A에서 2번 '점프'하여 y축 위의 점에 도착해야 한다. 점 A에서 점 B까지 4번만 '점프'하여 이동할 때, 지날 수 있는 점은 아래 그림과 같다.



점 A에서 점 B까지 4번만 '점프'하여 이동하는 경우의 수를 합의 법칙을 이용하여 구하면 다음과 같다.



답 19

M013 | 답 ⑤

[풀이]

조건 (가), (나)에 의하여 문자열은 ab로 시작해야 한다.

ab○○○○

나머지 자리에 a가 3개 이상 오면 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

○ 나머지 자리에 a가 2개 오는 경우

aba○a○

aba○○a

ab○a○a

(단, ○에는 b가 온다.)

○ 나머지 자리에 a가 1개 오는 경우

aba○○○

ab○a○○

ab○○a○

ab○○○a

(단, ○에는 b가 온다.)

○ 나머지 자리에 a가 오지 않는 경우

$abbbbb$

따라서 구하는 경우의 수는 8이다.

답 ⑤

M014 | 답 ④

[풀이]

인형 A에게 3개의 셔츠 중에서 하나를 입히고, 인형 B에게 남은 2개의 셔츠 중에서 하나를 입히자. 곱의 법칙에 의하여 두 인형 A, B에게 셔츠를 입힐 경우의 수는 $6(=3\times2)$이다.

인형 A에게 3개의 바지 중에서 하나를 입히고, 인형 B에게 남은 2개의 바지 중에서 하나를 입히자. 곱의 법칙에 의하여 두 인형 A, B에게 바지를 입힐 경우의 수는 $6(=3\times2)$이다.

A인형의 셔츠와 바지의 색은 각각 빨강, 초록으로 결정하거나 초록, 빨강으로 결정하면 된다. 이때, 경우의 수는 2이다.

B인형의 셔츠와 바지의 색은 각각 빨강, 초록으로 결정하거나 초록, 빨강으로 결정하면 된다. 이때, 경우의 수는 2이다.

구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$6\times6\times2\times2=144$

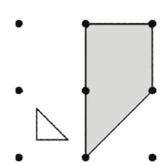
답 ④

M015 | 답 ②

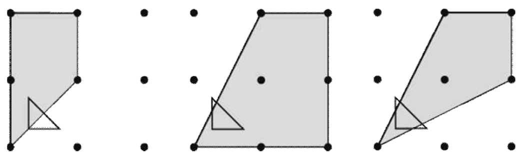
[풀이1]

만약 사각형의 한 꼭짓점이 원점이 아니라면

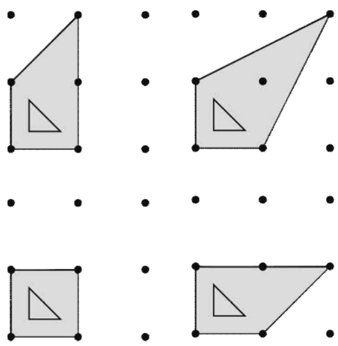
아래 그림과 같이 사각형은 삼각형을 포함하지 않는다.



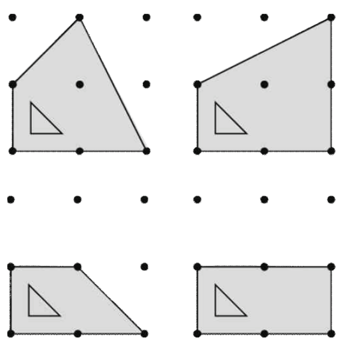
사각형의 한 꼭짓점이 원점일 때,
만약 사각형의 나머지 세 꼭짓점 중에서 두 꼭짓점이 각각
(4, 0) 또는 (8, 0)이 아니고,
(0, 4) 또는 (0, 8)이 아니라면
아래 그림과 같이 사각형은 삼각형의 일부만을 포함한다.



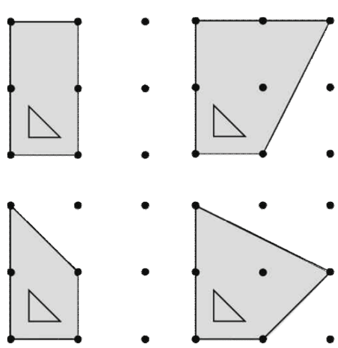
따라서 사각형이 삼각형을 완전히 포함하기 위해서는
사각형의 네 꼭짓점 중에서 세 꼭짓점은 반드시
○ 원점
○ (4, 0) 또는 (8, 0)
○ (0, 4) 또는 (0, 8)
이어야 한다.
(1) 사각형의 네 꼭짓점 중에서 세 꼭짓점이 각각
원점, (4, 0), (0, 4)인 경우



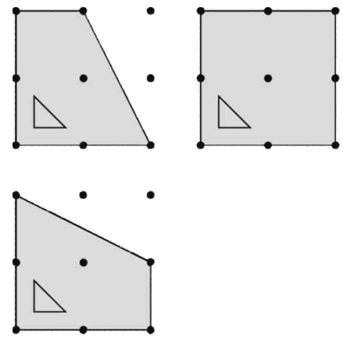
(2) 사각형의 네 꼭짓점 중에서 세 꼭짓점이 각각
원점, (8, 0), (0, 4)인 경우



(3) 사각형의 네 꼭짓점 중에서 세 꼭짓점이 각각
원점, (4, 0), (0, 8)인 경우

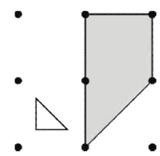


(4) 사각형의 네 꼭짓점 중에서 세 꼭짓점이 각각
원점, (8, 0), (0, 8)인 경우

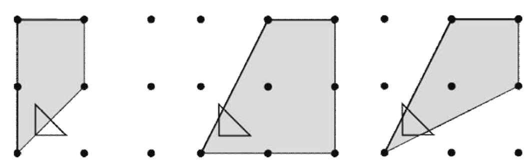


(1)~(4)는 동시에 발생하지 않으므로
경우의 수는 합의 법칙에 의하여
$4+4+4+3=15$
답 ②

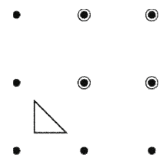
[풀이2]
만약 사각형의 한 꼭짓점이 원점이 아니라면
아래 그림과 같이 사각형은 삼각형을 포함하지 않는다.



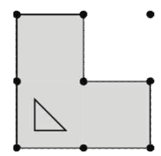
사각형의 한 꼭짓점이 원점일 때,
만약 사각형의 나머지 세 꼭짓점 중에서 두 꼭짓점이 각각
(4, 0) 또는 (8, 0)이 아니고,
(0, 4) 또는 (0, 8)이 아니라면
아래 그림과 같이 사각형은 삼각형의 일부만을 포함한다.



따라서 사각형이 삼각형을 완전히 포함하기 위해서는
사각형의 네 꼭짓점 중에서 세 꼭짓점은 반드시
○ 원점
○ (4, 0) 또는 (8, 0)
○ (0, 4) 또는 (0, 8)
이어야 한다.
이제 아래와 같은 네 가지의 경우로 구분하여 생각할 수 있다.
사각형의 네 꼭짓점 중에서 세 꼭짓점이 각각
(1) 원점, (4, 0), (0, 4)인 경우
(2) 원점, (8, 0), (0, 4)인 경우
(3) 원점, (4, 0), (0, 8)인 경우
(4) 원점, (8, 0), (0, 8)인 경우
이제 사각형의 나머지 한 꼭짓점을 아래 그림에서 ◉ 표시한 4개의 점 중에서 정하면 된다.



하지만 (4)에서 아래처럼 오각형이 되는 경우는 제외해야 한다.



따라서 구하는 경우의 수는

$4^2-1=15$

답 ②

M016 | 답 72

[풀이1]

(1) 4가 i_1 또는 i_2 또는 i_3인 경우

예를 들어 i_1이 4일 때, 가능한 순열은 다음과 같다.

(4, 1, 2, 3), (4, 1, 3, 2), (4, 2, 1, 3),
(4, 2, 3, 1), (4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1)

위의 6개의 순열 각각에 대하여 $s_1=3$이다.

순열의 수와 곱의 법칙에 의하여

i_1	i_2	i_3	i_4	4보다 작은 것의 개수	(i_1, i_2, i_3, i_4)의 개수
4	○	○	○	$3(=s_1)$	3!
○	4	○	○	$2(=s_2)$	3!
○	○	4	○	$1(=s_3)$	3!

곱의 법칙과 합의 법칙에 의하여 경우의 수는

$3\times3!+2\times3!+1\times3!=36$

(2) 3가 i_1 또는 i_2 또는 i_3인 경우

예를 들어 i_2가 3일 때, 가능한 순열은 다음과 같다.

(4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1)

위의 2개의 순열 각각에 대하여 $s_2=2$이다.

(1, 3, 4, 2), (2, 3, 4, 1),
(1, 3, 2, 4), (2, 3, 1, 4)

위의 4개의 순열 각각에 대하여 $s_2=1$이다.

순열의 수와 곱의 법칙에 의하여

i_1	i_2	i_3	i_4	3보다 작은 것의 개수	(i_1, i_2, i_3, i_4)의 개수
3	○	○	○	2	3!
○	3	○	○	2 또는 1	2! 또는 2×2!
○	○	3	○	1 또는 0	2×2! 또는 2!

곱의 법칙과 합의 법칙에 의하여 경우의 수는

$2\times3!+(2\times2!+1\times2\times2!)+(1\times2\times2!+0\times2!)=24$

(3) 2가 i_1 또는 i_2 또는 i_3인 경우

예를 들어 i_3이 2일 때, 가능한 순열은 다음과 같다.

(3, 4, 2, 1), (4, 3, 2, 1)

위의 2개의 순열 각각에 대하여 $s_3=1$이다.

(1, 3, 2, 4), (1, 4, 2, 3),
(3, 1, 2, 4), (4, 1, 2, 3)

위의 4개의 순열 각각에 대하여 $s_3=0$이다.

순열의 수와 곱의 법칙에 의하여

i_1	i_2	i_3	i_4	2보다 작은 것의 개수	(i_1, i_2, i_3, i_4)의 개수
2	○	○	○	1	3!
○	2	○	○	1 또는 0	2×2! 또는 2!
○	○	2	○	1 또는 0	2! 또는 2×2!

곱의 법칙과 합의 법칙에 의하여 경우의 수는

$1\times3!+(1\times2\times2!+0\times2!)+(1\times2!+0\times2\times2!)=12$

(1), (2), (3)은 동시에 발생하지 않으므로

합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는

$36+24+12=72$

답 72

[풀이2]

집합 A의 네 원소를 배열하여 만든 순열 (b_1, b_2, b_3, b_4)에 대하여 각 숫자 b_k의 왼쪽에 있는 수중에서 b_k보다 작은 것들의 개수를 $t_k(k=2, 3, 4)$이라고 하고, 이들의 합 $t_2+t_3+t_4$를 $|(a_1, a_2, a_3, a_4)|'$로 나타내자. 그러면 집합 A에 대한 24개의 모든 순열 (i_1, i_2, i_3, i_4)에 대하여 항상 $|(a_1, a_2, a_3, a_4)|+|(a_1, a_2, a_3, a_4)|'=6$이 성립한다.

예를 들어 (2, 4, 3, 1)에 대하여

$|(2, 4, 3, 1)|=1+2+1=4$

$|(2, 4, 3, 1)|'=1+1+0=2$

이므로

$|(a_1, a_2, a_3, a_4)|+|(a_1, a_2, a_3, a_4)|'=6$

이다.

(i_1, i_2, i_3, i_4)	$\|\ \|$	$\|\ \|'$	합
(1, 2, 3, 4)	0	6	6
(1, 2, 4, 3)	1	5	6
(1, 3, 2, 4)	1	5	6
⋮	⋮	⋮	⋮
(4, 2, 3, 1)	5	1	6
(3, 4, 2, 1)	5	1	6
(4, 3, 2, 1)	6	0	6

순열 (i_1, i_2, i_3, i_4)의 개수는 순열의 수에 의하여

$24(={}_4\mathrm{P}_4=4!)$이므로

$(\,|(a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4)|$의 총합$)$

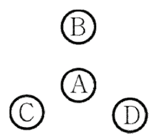
$+(\,|(a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4)|'$의 총합$)=6\times24=144$

따라서 구하는 총합은 $72\left(=\dfrac{144}{2}\right)$이다. 답 72

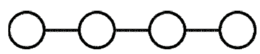
M017 | 답 16

[풀이1]

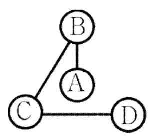
문제에서 주어진 4개의 섬을 아래 그림처럼 각각 A, B, C, D라고 하자.



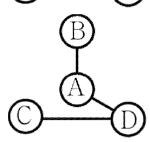
(1) 각각의 섬에 1개 또는 2개의 다리만을 건설하는 경우 섬들의 연결 상태는 아래 그림과 같아진다.



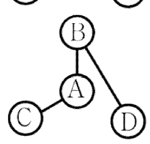
예를 들어 아래와 같은 경우들이 가능하다.



ABCD
또는
DCBA



BADC
또는
CDAB

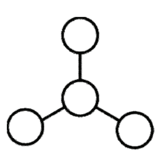


CABD
또는
DBAC

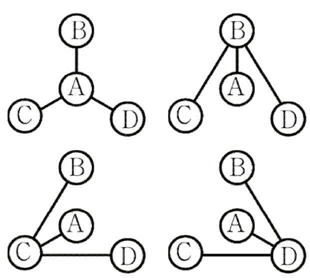
⋮ ⋮

4개의 섬 A, B, C, D를 일렬로 나열하는 경우의 수는 순열의 수에 의하여 $4!$이므로 경우의 수는 $12\left(=\dfrac{4!}{2}\right)$이다.

(2) 각각의 섬에 1개 또는 3개의 다리만을 건설하는 경우 섬들의 연결 상태는 아래 그림과 같아진다.



다음의 4가지의 경우가 가능하다.



(1), (2)는 동시에 발생하지 않으므로

구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여

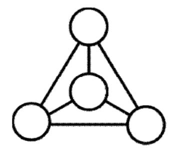
$12+4=16$

답 16

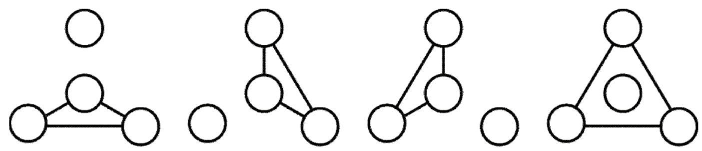
[풀이2]

모든 섬에 각각 3개의 다리만을 건설하여 4개의 섬을 모두 연결하면 다음과 같다.

이때, 필요한 다리의 개수는 6이다.



6개의 다리 중에서 3개의 다리를 없애서 4개의 섬 중에서 연결되지 않는 섬이 있도록 하는 경우는 다음과 같다.



따라서 구하는 경우의 수는

${}_6\mathrm{C}_3-4=20-4=16$

답 16

M018 | 답 72

[풀이]

문제에서 주어진 6개의 수에 대하여

$\dfrac{1+2+4+6+8+9}{2}=15$

이므로 위, 아래의 가로줄에 있는 세 수의 합이 각각 15이면 된다.

$1+6+8=15,\ 2+4+9=15$

이므로 순열의 수와 곱의 법칙에 의하여

구하는 경우의 수는 $2\times{}_3\mathrm{P}_3\times{}_3\mathrm{P}_3=72$이다.

답 72

M019 | 답 ①

[풀이]

세 종류의 상품을 각각 a, b, c라고 하자.

맨 위의 가로줄에 서로 다른 세 종류의 상품을 진열하는 방법의 수는 순열의 수에 의하여 $3!$이다.

예를 들어 아래와 같이 진열되었다고 하자.

a	b	c

중간의 가로줄에 서로 다른 세 종류의 상품을 진열하는 방

법의 수는 2이다.
예를 들어 아래와 같이 진열되었다고 하자.

a	b	c
b	c	a

a	b	c
c	a	b

위의 각각의 경우에 대하여 맨 아래의 가로줄에 서로 다른 세 종류의 상품을 진열하는 방법의 수는 2이다.
예를 들어 아래와 같이 진열되었다고 하자.

a	b	c
b	c	a
a	b	c

a	b	c
b	c	a
c	a	b

a	b	c
c	a	b
a	b	c

a	b	c
c	a	b
b	c	a

곱의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는
$3!\times 2\times 2=24$
답 ①

M020 | 답 48

[풀이]
일의 자리와 백의 자리에 3의 배수가 오는 경우는 다음과 같이 2가지다.

			3		6

			6		3

각각의 경우에 대하여 나머지 네 자리에 1, 2, 4, 5를 배열하면 된다.
따라서 구하는 자연수의 개수는
곱의 법칙과 순열의 수에 의하여
$2\times 4!=48$
답 48

M021 | 답 120

[풀이]
집합 A의 가장 큰 원소와 가장 작은 원소의 차는
$6-1=5$
이므로 조건 (나)에 의하여
$f(n+1)=6$, $f(n)=1$
예를 들어 $n=1$일 때,
$f(1)=1$, $f(2)=6$
조건 (가)에 의하여
집합 $\{3, 4, 5, 6\}$에서 집합 $\{2, 3, 4, 5\}$로의 일대일대응의 개수는 함수 f의 개수와 같다.
경우의 수는 순열의 수에 의하여 $24(=4!)$이다.
n이 가질 수 있는 값은 1, 2, 3, 4, 5이므로
곱의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는
$5\times 4!=120$
답 120

M022 | 답 ③

[풀이1]
서울, 부산, 광주, 대구 지역의 사원을 각각
a_i, b_i, c_i, d_i(단, $i=1, 2, 3$)
라고 하자.
서울에서 온 3명의 사원은 각각 다른 조에 속하므로 이들이 속한 3개의 조의 이름을 각각
'a_1조', 'a_2조', 'a_3조'
라고 하자.

	a_1조	a_2조	a_3조
부산			
광주			
대구			

위의 표에 부산, 광주, 대구 지역의 사원을 배치하는 방법의 수는 순열의 수와 곱의 법칙에 의하여
$3!\times 3!\times 3!=216$
답 ③

[풀이2]
서울, 부산, 광주, 대구 지역의 사원을 각각
a_i, b_i, c_i, d_i(단, $i=1, 2, 3$)
라고 하자.

	1조	2조	3조
서울			
부산			
광주			
대구			

위의 표에 서울, 부산, 광주, 대구 지역의 사원을 배치하는 방법의 수는 순열의 수와 곱의 법칙에 의하여
$3!\times 3!\times 3!\times 3!$
그런데 '1조', '2조', '3조'를 나열하는 방법의 수는 순열의 수에 의하여 $3!$이므로
구하는 방법의 수는
$3!\times 3!\times 3!\times 3!\times \frac{1}{3!}=216$
답 ③

[풀이3]
서울, 부산, 광주, 대구 지역의 사원을 각각
a_i, b_i, c_i, d_i(단, $i=1, 2, 3$)
라고 하자. 이를 표로 나타내면 다음과 같다.

서울	a_1	a_2	a_3
부산	b_1	b_2	b_3
광주	c_1	c_2	c_3
대구	d_1	d_2	d_3

(1) 우선 각 지역에서 한 명씩 선택할 경우의 수는 3^4이다.
예를 들어 아래와 같이 선택하였다고 하자.

서울	$\boxed{a_1}$		
부산			$\boxed{b_3}$
광주			$\boxed{c_3}$
대구		$\boxed{d_2}$	

(2) (1)의 경우에 대하여 각 지역에서 한 명씩 선택할 경우의 수는 2^4이다.
예를 들어 아래와 같이 선택하였다고 하자.

서울		$\boxed{a_2}$	
부산	$\boxed{b_1}$		
광주		$\boxed{c_2}$	
대구			$\boxed{d_3}$

(3) (2)의 경우에 대하여 각 지역에서 한 명씩 선택할 경우의 수는 1^4이다.
예를 들어 아래와 같이 선택하였다고 하자.

서울			$\boxed{a_3}$
부산		$\boxed{b_2}$	
광주	$\boxed{c_1}$		
대구	$\boxed{d_1}$		

이제 세 조를 나열하면 다음과 같다.
(1): $\{a_1,\ b_3,\ c_3,\ d_2\}$
(2): $\{a_2,\ b_1,\ c_2,\ d_3\}$
(3): $\{a_3,\ b_2,\ c_1,\ d_1\}$
그런데 (1), (2), (3)에서 만들어진 세 집합을 나열하는 경우의 수는 순열의 수에 의하여 $3!$이므로
구하는 경우의 수는
$$\frac{3^4 2^4 1^4}{3!}=216$$
답 ③

M023 | 답 ③

[풀이]
여학생 2명을 각각 a_1, a_2, 남학생 4명을 각각 b_1, b_2, b_3, b_4라고 하자.
6명의 학생 중에서 여학생 a_2를 제외한 5명의 학생이 차례로 뜀틀 넘기를 하게 되는 경우의 수는 순열의 수에 의하여 $5!$이다.
예를 들어 다음과 같은 순서로 뜀틀 넘기를 한다고 하자.
b_1, a_1, b_4, b_2, b_3
$5!$의 각각의 경우에 대하여 여학생 a_1의 바로 전에 혹은 바로 후에 여학생 a_2가 뜀틀 넘기를 한다고 하면 여학생 2명은 연이어 뜀틀 넘기를 하게 된다.
예를 들어 다음과 같은 순서가 가능하다.
b_1, a_2, a_1, b_4, b_2, b_3
b_1, a_1, a_2, b_4, b_2, b_3
따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여
$5!\times 2=240$
답 ③

M024 | 답 72

[풀이1]
어른 2명 중 1명은 앞줄에 앉고, 1명은 뒷줄에 앉아야 한다. 앞줄에 2개, 뒷줄에 3개의 의자가 있으므로 어른이 앉을 방법의 수는 곱의 법칙에 의하여
$2\times 2\times 3=12$
(단, 맨 앞에 곱해진 2는 앞줄에 앉을 어른을 선택하는 경우의 수이다.)
이제 남은 자리에 어린이 3명이 앉으면 된다.
어린이가 앉을 방법의 수는 순열의 수에 의하여
$3!=6$
구하는 방법의 수는 곱의 법칙에 의하여
$12\times 6=72$
답 72

[풀이2] +확률과 통계(조합)
문제에서 주어진 조건을 무시할 때, 어른 2명과 어린이 3명이 놀이기구의 의자에 앉을 방법의 수는 순열의 수에 의하여 $5!$이다.
(1) 어른 2명이 모두 앞줄에 앉을 경우
어린이 3명은 모두 뒷줄에 앉게 된다.
순열의 수와 곱의 법칙에 의하여 방법의 수는
$2!\times 3!=12$
(2) 어른 2명이 모두 뒷줄에 앉을 경우
어린이 3명 중에서 2명은 앞줄에 1명은 뒷줄에 앉게 된다.
어른 2명이 앉을 자리는 결정하는 방법의 수는 조합의 수에 의하여
${}_3C_2(=3)$
이 3가지 경우 각각에 대하여 어른 2명과 어린이 3명이 앉는 경우의 수는
순열의 수와 곱의 법칙에 의하여
$2!\times 3!=12$
경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

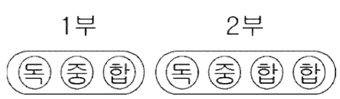
$3\times12=36$
따라서 구하는 경우의 수는
$5!-((1)$의 경우$+(2)$의 경우$)$
$=5!-(12+36)=72$
답 72

M025 | 답 ②

[풀이]
여학생 2명이 놀이공원에 입장하는 방법의 수는 순열의 수에 의하여 $2!$이고, 남학생 3명이 놀이공원에 입장하는 방법의 수는 순열의 수에 의하여 $3!$이다.
구하는 방법의 수는 곱의 법칙에 의하여
$2!\times3!=12$
답 ②

M026 | 답 ④

[풀이]



독창 2팀의 공연 순서를 정하는 방법의 수는 순열의 수에 의하여 $2!$, 중창 2팀의 공연 순서를 정하는 방법의 수는 순열의 수에 의하여 $2!$, 합창 3팀의 공연 순서를 정하는 방법의 수는 순열의 수에 의하여 $3!$이다.
구하는 방법의 수는 곱의 법칙에 의하여
$2!\times2!\times3!=24$
답 ④

M027 | 답 ②

[풀이1]
조건 (가), (나), (다)에 의하여 b는 둘째 자리에 오거나 넷째 자리에 와야 한다.
(1) b가 둘째 자리에 오는 경우 (◯b◯◯◯)
ab◯◯◯
나머지 자리에 c, d, e를 배열하는 경우의 수는
순열의 수에 의하여 $3!-2!$이다.
이때, $2!$은 c가 다섯째 자리에 올 때의 경우의 수이다.
◯b◯a◯
나머지 자리에 c, d, e를 배열하는 경우의 수는
순열의 수에 의하여 $3!-2!$이다.
이때, $2!$은 c가 다섯째 자리에 올 때의 경우의 수이다.
◯b◯◯a
나머지 자리에 c, d, e를 배열하는 경우의 수는
순열의 수에 의하여 $3!$이다.
합의 법칙에 의하여 경우의 수는 $4+4+6=14$이다.
(2) b가 넷째 자리에 오는 경우 (◯◯◯b◯)
a◯◯b◯, ◯a◯b◯, ◯◯◯ba
(1)과 같은 방법으로 경우의 수는 14이다.
(1), (2)는 동시에 발생하지 않으므로
합의 법칙에 의하여 경우의 수는
$14+14=28$
답 ②

[풀이2]
문제에서 주어진 문자를 모두 사용하여 만든 다섯 자리 문자열만을 원소로 하는 전체집합을 U라고 하자. 전체집합 U의 세 부분집합 P, Q, R은 다음을 만족시킨다고 하자.
셋째 자리에 a가 오는 다섯 자리 문자열만을 원소로 하는 집합을 P, 첫째 자리 또는 셋째 자리 또는 다섯째 자리에 b가 오는 다섯 자리 문자열만을 원소로 하는 집합을 Q, 다섯째 자리에 c가 오는 다섯 자리 문자열만을 원소로 하는 집합을 R이라고 하자.
순열의 수와 곱의 법칙에 의하여
$n(U)={}_5\mathrm{P}_5=5!=120$
$n(P)={}_4\mathrm{P}_4=4!=24$
$n(Q)=3\times{}_4\mathrm{P}_4=3\times4!=72$
$n(R)={}_4\mathrm{P}_4=4!=24$
$n(P\cap Q)=2\times{}_3\mathrm{P}_3=2\times3!=12$
$n(Q\cap R)=2\times{}_3\mathrm{P}_3=2\times3!=12$
$n(R\cap P)={}_3\mathrm{P}_3=3!=6$
$n(P\cap Q\cap R)={}_2\mathrm{P}_2=2!=2$
세 조건 (가), (나), (다)를 모두 만족시키는 집합은
$P^C\cap Q^C\cap R^C$
이므로
$n(P^C\cap Q^C\cap R^C)=n((P\cup Q\cup R)^C)$
$=n(U)-n(P\cup Q\cup R)$
$=n(U)-n(P)-n(Q)-n(R)$
$+n(P\cap Q)+n(Q\cap R)+n(R\cap P)$
$-n(P\cap Q\cap R)$
$=120-24-72-24+12+12+6-2$
$=28$
답 ②

M028 | 답 64

[풀이]
(1) 할머니와 할아버지가 1열에 앉을 경우
할아버지와 할머니가 앉을 좌석을 결정하는
경우의 수는 곱의 법칙과 순열의 수에 의하여
$2\times2!=4$
아버지와 어머니가 앉을 좌석을 결정하는