

제 2 교시

수학 영역 (나형)

이 문제의 풀이는  
<http://class.orbi.kr/class/1062/>  
 에 가시면 무료로 제공됩니다.

5지선다형

1.  $\log_2 9 \times \log_3 8$ 의 값은? [2점]  
 ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7
2. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3 = 4$ ,  $a_7 = 16$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값은?  
 [2점]  
 ① 5      ② 10      ③ 15      ④ 20      ⑤ 25

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{16n^2 + 3n} - 4n)$ 의 값은? [2점]  
 ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{3}{8}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{5}{8}$

4. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합  
 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  $A^C \cup (A \cap B^C) = \{3, 4, 5, 6\}$ 일  
 때, 전체집합  $U$ 의 부분집합  $B$ 의 개수는? [3점]  
 ① 2      ② 4      ③ 8      ④ 16      ⑤ 32

5. 집합  $X = \{1, a\}$ 에 대하여  $X$ 에서 실수 전체의 집합으로의  
두 함수  $f(x), g(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = x + 1, g(x) = x^2 + bx + 4$$

$f(x) = g(x)$ 일 때,  $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

7. 두 함수

$$f(x) = k(x-3) + 1, g(x) = 2\sqrt{x-n}$$

에 대하여  $k$ 값에 관계없이  $f(x)$ 와  $g(x)$ 이 만나기 위한 정수  
 $n$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 5

6. 이차방정식  $x^2 - 8x + 2 = 0$ 의 두 근이  $\log_2\alpha, \log_2\beta$ 일 때,  
 $\log_\alpha\beta + \log_\beta\alpha$ 의 값은? [3점]

- ① 20      ② 30      ③ 40      ④ 50      ⑤ 60

8. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^n a_k = 2n^2 - 1$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{10} a_{2k-1}$ 의 값은?

[3점]

- ① 379      ② 382      ③ 385      ④ 388      ⑤ 391

10. 좌표평면에서 직선  $y = 2x - 4$ 위의 점  $P(\alpha, \beta)$ 에 대하여

$25^\alpha + \frac{1}{5^\beta}$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 20      ② 30      ③ 40      ④ 50      ⑤ 60

9. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

$$p : 2x < a, \quad q : x^2 - 5x + 4 \neq 0$$

에 대하여  $\sim p$ 는  $q$ 이기위한 충분조건이 되도록 하는 자연수  $a$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

11. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_n = pn^2 + qn$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n} - pn) = 2$ 이다.  $\frac{q}{p}$ 의 값은? [3점]

- ① 15    ② 16    ③ 17    ④ 18    ⑤ 19

12. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(\quad) a_1 = 1$$

$$(\quad) a_{2n+1} = 3a_{2n-1}, \quad a_{2n+2} = a_{2n} + 2$$

$$(\quad) a_7 - a_3 = a_{10}$$

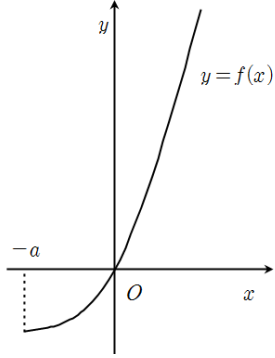
$a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 10    ② 12    ③ 14    ④ 16    ⑤ 18

[13~14] 함수

$$f(x) = \frac{1}{4}x(x+2a) \quad (x \geq -a)$$

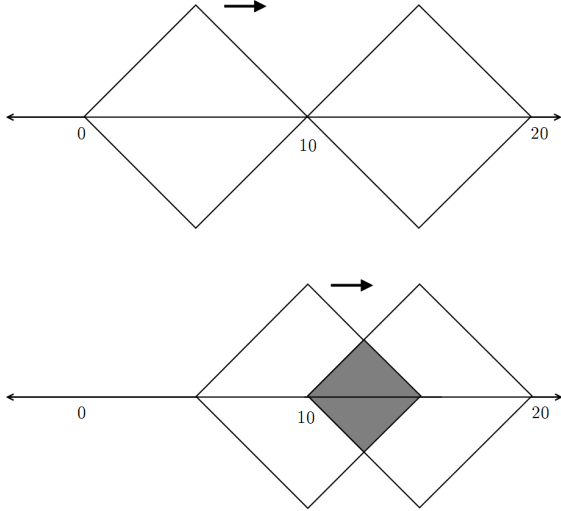
에 대하여  $f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하여라. (단,  $a$ 는 양의 실수이다.)



- 13.**  $a=2$ 일 때 함수  $y=f(x)$ 와  $x=b$ 와의 교점을  $P$ 라 하자.  $P$ 를 지나는 기울기가  $-1$ 인 직선이  $y=g(x)$ 와 만나는 점의 좌표를  $Q$ 라 할 때,  $PQ$ 의 길이가  $4\sqrt{2}$ 일 때 상수  $b$ 의 값은? [3점]
- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

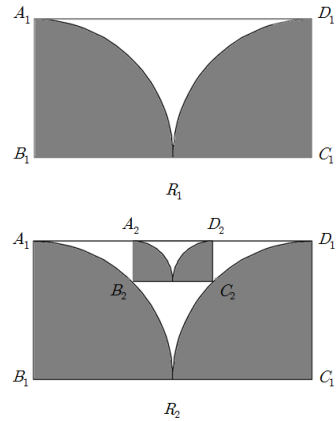
- 14.**  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 가 한 점에서 만나기 위한 자연수  $a$ 의 값 중 작은 값부터  $a_1, a_2, \dots$ 라 할 때,  $a_1+a_2+a_3$ 의 값은? [4점]
- ① 10      ② 11      ③ 12      ④ 13      ⑤ 14

15. 수직선 위에 대각선의 길이가 10인 두 정사각형이 그림과 같이 배열되어 있다. 왼쪽 정사각형이 초당 1씩 오른쪽으로 움직일 때 두 정사각형의 겹치는 부분의 넓이를  $f(t)$ 라고 할 때,  $f(f(t))=t$ 를 만족하는  $t$ 의 개수는? (단,  $0 < t < 20$ ) [4점]



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

16.  $\overline{A_1B_1}=2$ ,  $\overline{A_1C_1}=4$ 인 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 그림과 같이 선분  $B_1C_1$ 의 중점을  $M$ 이라 하고  $A_1B_1M$ 을 연결한 사분원과  $D_1C_1M$ 을 연결한 사분원의 내부를 색칠한 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그리고 색칠이 되지 않은 부분에  $A_1D_1$ 이 한 변이고 두 부채꼴에 접하고 가로와 세로의 비가 2:1인 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 색칠한 도형을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속 반복하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠된 부분의 넓이의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $2\sqrt{2}\pi$       ②  $2\sqrt{3}\pi$       ③  $\frac{7}{3}\sqrt{2}\pi$   
 ④  $\frac{7}{3}\sqrt{3}\pi$       ⑤  $\sqrt{10}\pi$

17. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수  $n$ 의 개수는? [4점]

( )  $\log \frac{14}{n}$ 의 값은 음의 정수이다.  
 ( )  $n$ 의 양의 약수의 개수는 100 .

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

18. 일차함수  $f$ 가  $f(1) = 3$ 이고  $f(x) = f^{-1}(x)$ 를 만족시킨다.

$g(x) = \frac{x+1}{f(x)-1}$  일 때, 함수  $y = g(x)$ 의 그래프 위의 점  $P$ 와 점  $A(3, -1)$ 사이의 거리의 최솟값은? [4점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ②  $\sqrt{2}$       ③ 2      ④  $2\sqrt{2}$       ⑤ 4

19. 우리나라의 소음에 대한 노출 기준은 소음수준 LL (dB)에 노출 되었을 때 1일 최대 노출 시간 T(hr)을 나타내는 식으로

$$LL = 5 \log_2 \frac{8}{T} + 90$$

으로 나타낸다. 하루 8시간 일하던 작업자가 소음 수준이 8만큼 증가하면 하루 몇 시간으로 작업시간을 줄여야 하는가? (단,  $\log_2 3 = 1.6$ 으로 계산한다.) [4점]

- ① 2      ②  $\frac{8}{3}$       ③  $\frac{10}{3}$       ④ 4      ⑤  $\frac{14}{3}$

20. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (2a_k + b_k) = 10n, \quad \sum_{k=1}^n (a_k - 2b_k) = 5 \times 2^n$$

일 때,  $\sum_{k=1}^4 (a_k^2 + b_k^2)$ 의 값은? [4점]

- ① 440      ② 460      ③ 480      ④ 500      ⑤ 520



21. 두 함수

$$f(x) = [\sqrt{3x}] \quad (x > 0)$$

$$g(x) = mx$$

에 대하여  $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 교점의  $y$ 좌표가  $n$ 일 때의  $m$ 의 최댓값을  $a_n$ 이라고 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} 10n a_n$ 의 값은?

(단,  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대의 정수이다.) [4점]

- ① 20    ② 30    ③ 40    ④ 50    ⑤ 60

답형

22. 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $12^x = 4, 96^y = 8$ 일 때,  $\frac{3}{y} - \frac{2}{x}$ 의 값은? [3점]

23. 함수  $f(x) = x^2 + 1 \quad (x \geq 0)$ 에 대하여

$f^{-1}(2) = a, f^{-1}(b) = 2$ 일 때,  $a + 10b$ 의 값은? [3점]

24. 첫째항이 1인 수열  $\{a_n\}$ 와  $b_n = \sum_{k=1}^n k$ 이 모든 자연수  $n$ 에

대하여

$$a_{n+1} = a_n + \frac{1}{b_n}$$

을 만족 시킬 때,  $100a_{10}$ 의 값은? [3점]

25. 첫째항이 1이고 공비가 3인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 하고,  $9^n$ 의 모든 양의 약수의 총합을  $T_n$ 이라

고 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n^2}{T_n} = \frac{q}{p}$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값은? [3점]

26. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 와

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{7, 8, 9, 10\}$ 에 대하여  $U$ 의 부분집합  $C$ 는 다음 조건을 만족한다. 집합  $C$ 의 개수는?

[4점]

( )  $A \cap C \neq \emptyset$

(나)  $C \cap B = \emptyset$

(다)  $A \neq C$

27. 자연수  $k$ 에 대하여  $a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8^{n-1} + k^n}{8^n + k^{n+1}}$ 이라 할 때,

$2 \sum_{k=1}^{15} k^2 a_k$ 의 값은? [4점]

28. 함수  $f(x) = \sqrt{x-1}$ 의 그래프와 원점에서 그은 접선을  $g(x) = mx$ 라 하자. 2이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$  및  $y = n$ 으로 둘러싸인 부분(경계포함)에 속하는 점의 개수를  $a_n$ 이라고 하고, 경계를 이루는 세 직선 및 곡선이 만나서 생긴 세 교점을 이은 삼각형의 넓이를  $b_n$ 이라 할 때,

$60 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$ 의 값은? [4점]

29. 전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합  $A$ 에 대하여  $f(A)$ 를  $A$ 에 속하는 모든 원소의 합이라 하고,  $g(A)$ 를  $A$ 에 속하는 모든 원소의 곱이라 하자. 다음을 만족하는 집합  $A$ 의 개수는? [4점]

- |   |
|---|
| <input type="checkbox"/> $f(A) = \text{짝수}$<br><input type="checkbox"/> $g(A^c) = \text{짝수}$<br><input type="checkbox"/> $A \neq \emptyset, A \neq U$ |
|---|

30. 두 함수  $f(x) = x^2$ 과  $g(x) = x + \frac{k}{8}$ 가 서로 다른 두 점  $A, B$ 에서 만나도록 하는 실수  $k$ 에 대하여 선분  $\overline{AB}$ 의 길이를  $h(k)$ 라 하자.  $h(k) = k + \frac{a}{32}$ 가 서로 다른 두 실근을 가지기 위한 정수  $a$ 의 최솟값을  $m$ , 최댓값을  $M$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값은? [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.
- 정답은 <http://class.orbi.kr/class/1062/> 에서 확인하십시오.