

제 2 교시

# 수학 영역(A형)

출수형

5지선다형

1.  $4^{-\frac{1}{2}} \times \log_3 9$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $(A-B)^2$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 5^n - 3^n}{5^{n+1} + 2^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ②  $\frac{4}{5}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{2}{5}$       ⑤  $\frac{1}{5}$

4.  $\int_{-1}^1 (x^3 + 3x^2 + 5) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

5. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이고

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}, \quad P(A^c \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때,  $P(A)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

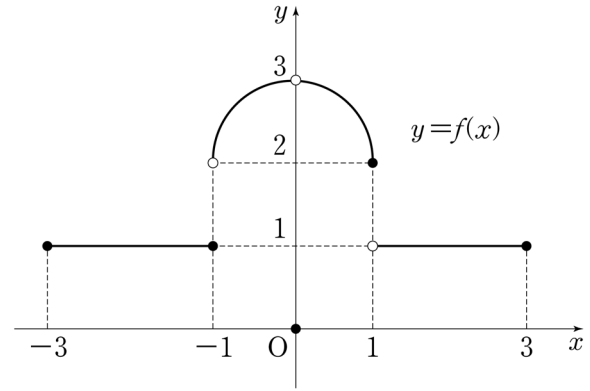
- ①  $\frac{2}{5}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{7}{10}$       ⑤  $\frac{4}{5}$

6. 로그부등식  $\log_{\sqrt{2}} |x| < 5$ 를 만족시키는 정수  $x$ 의 개수는?

[3점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

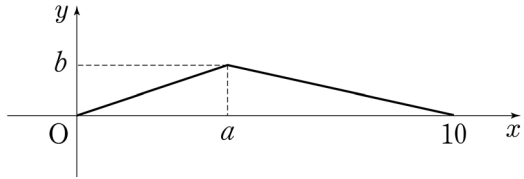
7. 정의역이  $\{x | -3 \leq x \leq 3\}$ 인 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 4      ③ 3      ④ 2      ⑤ 1

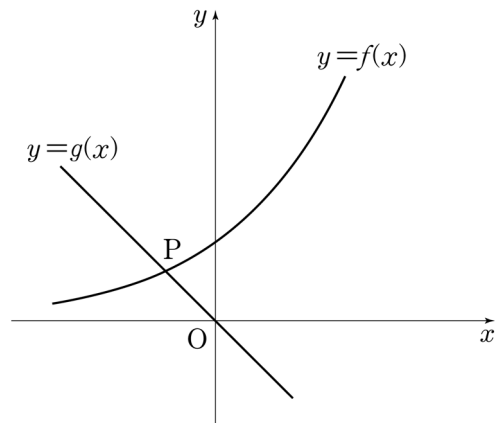
8. 연속확률변수  $X$ 가 갖는 값의 범위는  $0 \leq X \leq 10$ 이고,  $X$ 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



$P(0 \leq X \leq a) = \frac{2}{5}$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{21}{5}$     ②  $\frac{22}{5}$     ③  $\frac{23}{5}$     ④  $\frac{24}{5}$     ⑤ 5

9. 좌표평면에서 함수  $f(x)=2^x$ 의 그래프와 함수  $g(x)=-x$ 의 그래프가 만나는 점을  $P(a, -a)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

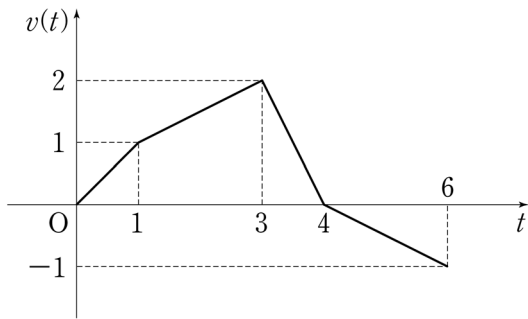


<보 기>

- ㄱ.  $a < -1$
- ㄴ.  $t > 0$ 이면  $|f(-t) - g(-t)| < |f(t) - g(t)|$ 이다.
- ㄷ. 함수  $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프와 함수  $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 좌표는  $(-a, a)$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄴ                ⑤ ㄴ, ㄷ

10. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간  $t(0 \leq t \leq 6)$ 에서의 속도  $v(t)$ 의 그래프가 그림과 같다. 점 P가 시간  $t=0$ 에서 시간  $t=6$ 까지 움직인 거리는? [3점]



- ①  $\frac{3}{2}$     ②  $\frac{5}{2}$     ③  $\frac{7}{2}$     ④  $\frac{9}{2}$     ⑤  $\frac{11}{2}$

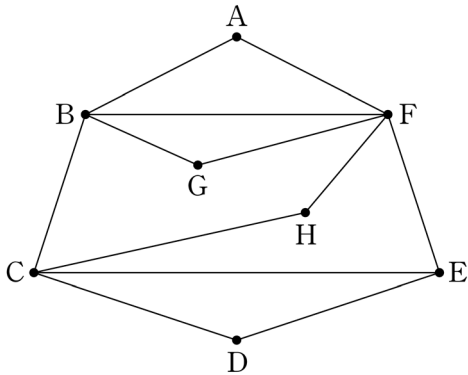
11. 함수  $f(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+2)=f(x)$ 를 만족시키고,

$$f(x) = \begin{cases} ax+1 & (-1 \leq x < 0) \\ 3x^2+2ax+b & (0 \leq x < 1) \end{cases}$$

이다. 함수  $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

[12~13] 그림과 같이 8개의 지점 A, B, C, D, E, F, G, H를 잇는 도로망이 있다. 12번과 13번의 두 물음에 답하시오.



12. 각 지점을 꼭짓점으로 하고 두 지점을 잇는 도로를 변으로 하는 그래프에 대하여, 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 30    ② 28    ③ 26    ④ 24    ⑤ 22

13. 8개의 지점 중에서 한 지점을 임의로 선택할 때, 선택된 지점에 연결된 도로의 개수를 확률변수  $X$ 라 하자. 확률변수  $3X+1$ 의 평균  $E(3X+1)$ 의 값은? [3점]

- ① 8    ② 9    ③ 10    ④ 11    ⑤ 12

14. 어느 고등학교 학생들의 일주일 독서 시간은 평균 7시간, 표준편차 2시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 중 임의추출한 36명의 일주일 독서 시간의 평균이 6시간 40분 이상 7시간 30분 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.8185      ② 0.7745      ③ 0.6687  
 ④ 0.6247      ⑤ 0.5328

15. 영행렬이 아닌 이차정사각행렬  $A$ 가  $A^2=3A$ 를 만족시킨다. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 행렬  $(A-E)^n$ 을

$$(A-E)^n = a_n A + (-1)^n E$$

와 같이 나타낼 때, 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이다. (단,  $E$ 는 단위행렬이다.)

자연수  $n$ 에 대하여

$$\begin{aligned} (A-E)^{n+1} &= \{a_n A + (-1)^n E\} (A-E) \\ &= a_n A^2 - a_n A + (-1)^n A + (-1)^{n+1} E \end{aligned}$$

이고,  $A^2=3A$ 이므로

$$(A-E)^{n+1} = (2a_n + \boxed{\text{(가)}})A + (-1)^{n+1}E$$

이다. 그러므로

$$a_{n+1} = 2a_n + \boxed{\text{(가)}} \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

이다. 따라서 2 이상인 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 2(a_{n-1} + a_n)$$

이다. 또한

$$a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$$

이므로 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = \boxed{\text{(나)}} \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

이다. ㉠과 ㉡에 의해

$$3a_n + (-1)^n = \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 따라서

$$a_n = \frac{\boxed{\text{(나)}} + (-1)^{n+1}}{3}$$

이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n), g(n)$ 이라 할 때,  $f(9) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

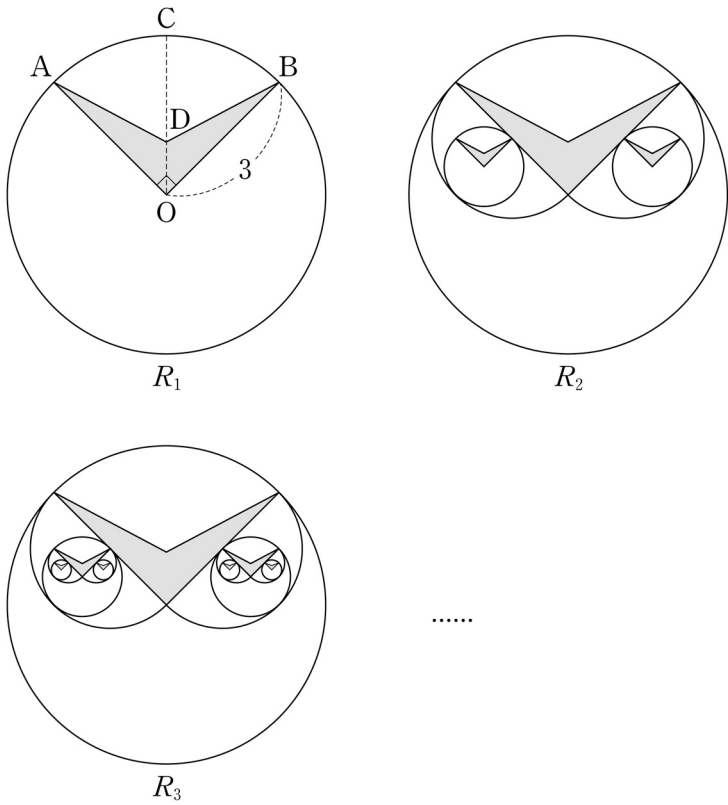
- ① -32      ② -16      ③ 8      ④ 16      ⑤ 32

16. 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가 3인 원이 있다. 그림과 같이  $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 인 원 위의 두 점을  $A, B$ 라 하고, 호  $AC$ 와 호  $BC$ 의 길이가 같은 점을  $C$ 라 하자. 선분  $OC$ 를 1:2로 내분하는 점을  $D$ 라 하고, 네 선분  $OA, AD, DB, BO$ 로 둘러싸인  $\sphericalangle$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 두 반지름  $OA, OB$ 를 각각 지름으로 하는 두 반원을 그리고, 두 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원을 각각 그린다. 두 내접원 안에 각각 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두  $\sphericalangle$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

그림  $R_2$ 에서 그린 두 내접원의 4개의 반지름을 각각 지름으로 하는 4개의 반원을 그리고, 4개의 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원을 각각 그린다. 4개의 내접원 안에 각각 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 4개의  $\sphericalangle$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_3$ 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 모든  $\sphericalangle$  모양의 도형의 넓이의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{11\sqrt{2}}{7}$
- ②  $\frac{12\sqrt{2}}{7}$
- ③  $\frac{13\sqrt{2}}{7}$
- ④  $2\sqrt{2}$
- ⑤  $\frac{15\sqrt{2}}{7}$

17. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$A^2 = A - E, \quad (AB)^2 = E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ.  $A$ 와  $B$ 는 모두 역행렬을 가진다.

ㄴ.  $BAB = -A^2$

ㄷ.  $B^2AB^2 = A^2 + B^2$

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1=0$ 이고

$$a_{n+1} = (-1)^n a_n + \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \quad (n \geq 1)$$

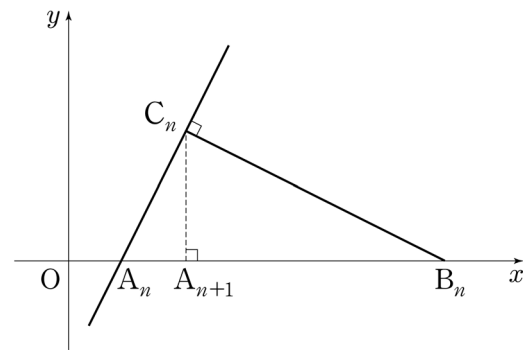
을 만족시킬 때,  $a_{50}$ 의 값은? [4점]

- ① -50    ② -25    ③ 0    ④ 25    ⑤ 50

19. 좌표평면에서 점  $A_1$ 의 좌표가  $(1, 0)$ 일 때, 모든 자연수  $n$ 에 대하여 점  $A_{n+1}$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점  $A_n$ 을  $x$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동시킨 점을  $B_n$ 이라 한다.  
 (나) 점  $B_n$ 에서 기울기가 2이고 점  $A_n$ 을 지나는 직선에 내린 수선의 발을  $C_n$ 이라 한다.  
 (다) 점  $C_n$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $A_{n+1}$ 이라 한다.

점  $A_n$ 의  $x$ 좌표를  $a_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]



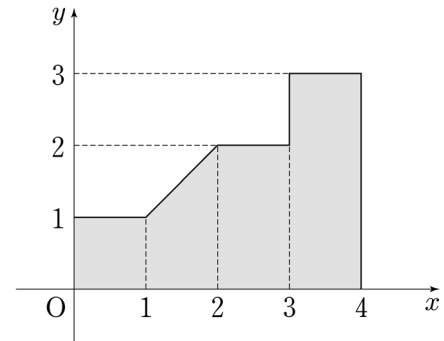
- ①  $\frac{1}{10}$     ②  $\frac{1}{5}$     ③  $\frac{3}{10}$     ④  $\frac{2}{5}$     ⑤  $\frac{1}{2}$



20. 정의역이  $\{x | 1 \leq x < 100\}$ 이고 함숫값이  $\log x$ 의 가수인 함수를  $f(x)$ 라 하자. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=2-\frac{x}{n}$ 가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 자연수  $n$ 의 개수는? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

21. 좌표평면 위에 그림과 같이 어두운 부분을 내부로 하는 도형이 있다. 이 도형과 네 점  $(0, 0)$ ,  $(t, 0)$ ,  $(t, t)$ ,  $(0, t)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 겹치는 부분의 넓이를  $f(t)$ 라 하자.



열린 구간  $(0, 4)$ 에서 함수  $f(t)$ 가 미분가능하지 않은 모든  $t$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

단답형

22.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 9x - 22}{x - 2}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 첫째항이  $-6$ 이고 공차가  $2$ 인 등차수열의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합이  $30$ 일 때,  $n$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이

$$S_n = 2^{n-1} + 5$$

일 때,  $a_1 + a_5$ 의 값을 구하십시오. [3점]

25. 함수  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 5$ 의 극댓값을 구하십시오. [3점]

26. 함수  $y = 4x^3 - 12x^2 + 8x$ 의 그래프와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

27.  $(a+b+c)^4(x+y)^3$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수를 구하시오. [4점]

28. 통신이론에서 신호의 주파수 대역폭이  $B(\text{Hz})$ 이고 신호잡음전력비가  $x$ 일 때, 전송할 수 있는 신호의 최대 전송 속도  $C(\text{bps})$ 는 다음과 같이 계산된다고 한다.

$$C = B \times \log_2(1+x)$$

신호의 주파수 대역폭이 일정할 때, 신호잡음전력비를  $a$ 에서  $33a$ 로 높였더니 신호의 최대 전송 속도가 2배가 되었다.

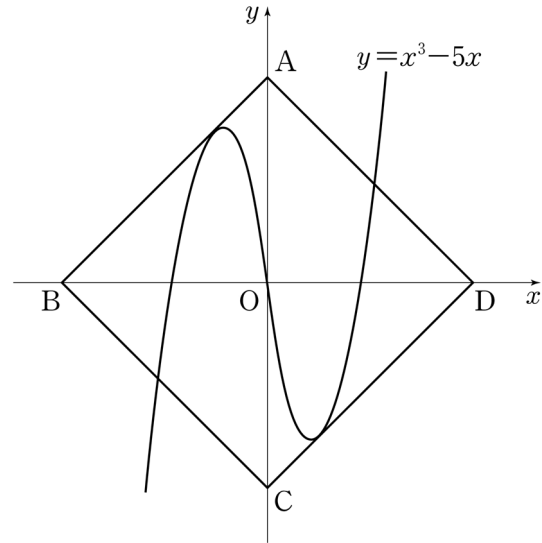
양수  $a$ 의 값을 구하시오. (단, 신호잡음전력비는 잡음전력에 대한 신호전력의 비이다.) [4점]

29. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

- (가) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5 이상이면 나온 눈의 수를 점수로 한다.
- (나) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5보다 작으면 한 번 더 던져 나온 눈의 수를 점수로 한다.

시행의 결과로 얻은 점수가 5점 이상일 때, 주사위를 한 번만 던졌을 확률을  $\frac{q}{p}$  라 하자.  $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 그림과 같이 정사각형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C는  $y$ 축 위에 있고, 두 꼭짓점 B, D는  $x$ 축 위에 있다. 변 AB와 변 CD가 각각 삼차함수  $y = x^3 - 5x$ 의 그래프에 접할 때, 정사각형 ABCD의 둘레의 길이를 구하시오. [4점]



- \* 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.