

제2교시

수리 영역(가형)

大成學力開發研究所

1. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $2A - B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

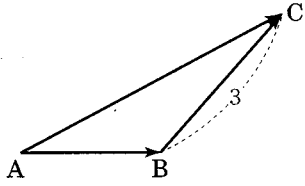
2.  $\cos 75^\circ$ 의 값은? [2점]
- ①  $\frac{1+\sqrt{2}}{4}$       ②  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$       ③  $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$   
 ④  $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$       ⑤  $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

3. 한 개의 동전을 5번 던질 때, 뒷면이 4번 이상 나올 확률은? [2점]
- ①  $\frac{3}{4}$       ②  $\frac{5}{8}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{3}{16}$

4. 행렬  $\begin{pmatrix} 3 & a \\ -2 & -10 \end{pmatrix}$ 으로 나타내어지는 일차변환  $f$ 에 의하여 직선  $x+5y=2$  위의 모든 점이 한 점  $(b, c)$ 로 옮겨질 때,  $a+b+c$ 의 값은? [3점]
- ① 15      ② 16      ③ 17      ④ 18      ⑤ 19

5. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(100, p)$ 를 따른다.  $X$ 의 평균과 표준편차가 서로 같도록 하는  $p$ 의 값은? (단,  $0 < p < 1$ ) [3점]
- ①  $\frac{1}{98}$       ②  $\frac{1}{99}$       ③  $\frac{1}{100}$       ④  $\frac{1}{101}$       ⑤  $\frac{1}{102}$

6. 그림과 같이 삼각형 ABC에서  $\overline{BC}=3$ 이고,  $\overline{AB} \cdot \overline{BC}=2$ 이다.



이때,  $\overline{AC} \cdot \overline{BC}$ 의 값은?

[3점]

- ①  $\frac{19}{2}$     ② 10    ③  $\frac{21}{2}$     ④ 11    ⑤  $\frac{23}{2}$

7. 연립부등식

$$\begin{cases} x(x-2)(x+10) \leq (x+10)^2 \\ \frac{x-1}{x+1} \geq \frac{x-5}{x-2} \end{cases}$$

를 만족시키는 정수  $x$ 의 개수는?

[3점]

- ① 4    ② 5    ③ 6    ④ 7    ⑤ 8

8. 일정한 온도로 유지되는 물의 검수량을  $V(\text{mL})$ , 희석에 필요한 물의 양을  $a(\text{mL})$ 라 할 때, 취기도  $P$ 는 다음과 같은 식으로 주어진다. 한다.

$$P = k \log \left( 1 + \frac{a}{V} \right) \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수})$$

일정한 온도로 유지되는 물의 검수량이  $100(\text{mL})$ 로 일정하다고 하자. 이때, 희석에 필요한 물의 양이  $300(\text{mL})$ 일 때의 취기도는  $p$ 이고, 희석에 필요한 물의 양이  $x(\text{mL})$ 일 때의 취기도는  $3p$ 이다.  $x$ 의 값은?

[3점]

- ① 2700    ② 3600    ③ 4500    ④ 5400    ⑤ 6300

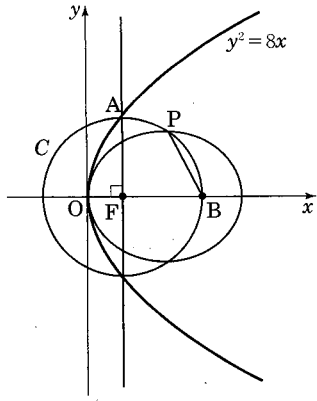
9. 어느 학교 학생들이 일주일 동안 수학 공부를 하는 시간은 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 학생들 중에서 임의로 25명을 뽑아 일주일 동안 수학 공부를 하는 시간을 조사한 결과, 평균이 25.5시간, 표준편차가 5시간이었다. 이 학교 학생들이 일주일 동안 수학 공부를 하는 평균 시간을 신뢰도 95%로 추정하였을 때의 신뢰구간을  $[\alpha, \beta]$ 라 하자. 구간  $[\alpha, \beta]$ 에 속하는 정수의 개수는? (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따를 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 이다.)

[3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5



14. 포물선  $y^2=8x$ 의 초점 F를 지나고  $x$ 축에 수직인 직선이 제1사분면에서 이 포물선과 만나는 점을 A라 하고, 점 F를 중심으로 하고 점 A를 지나는 원 C가  $x$ 축의 양의 부분과 만나는 점을 B라 하자. 이때, 두 점 F, B를 초점으로 하고 원점을 지나는 타원이 원 C와 만나는 점을 P라 하자. 선분 PB의 길이는? [4점]



- ①  $\frac{7}{2}$     ② 4    ③  $\frac{9}{2}$     ④ 5    ⑤  $\frac{11}{2}$

15. 자연수  $n$ 에 대하여  $\log_{n+1} x$ 의 정수부분이 1인 모든 자연수  $x$ 의 총합을  $a_n$ 이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^4}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{5}$     ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{3}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

16. 음이 아닌 정수  $n$ 에 대하여 등식  $a_1+2a_2=n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a_1, a_2$ 의 순서쌍  $(a_1, a_2)$ 의 개수를  $X(n)$ 이라 하고, 등식  $a_1+2a_2+3a_3=n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a_1, a_2, a_3$ 의 순서쌍  $(a_1, a_2, a_3)$ 의 개수를  $Y(n)$ 이라 하자. 다음은  $X(n)$ 을 이용하여  $Y(30)+Y(31)+Y(32)$ 의 값을 구하는 과정이다.

$Y(30)$ 은 등식  $a_1+2a_2=30-3a_3$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a_1, a_2, a_3$ 의 순서쌍의 개수이므로,  $a_3=0, 1, 2, \dots, 10$ 에 대하여

$$Y(30) = \sum_{a_3=0}^{10} X(30-3a_3) = \sum_{k=0}^{10} X(3k)$$

같은 방법으로  $Y(31)$ 과  $Y(32)$ 를 생각하면

$$Y(30)+Y(31)+Y(32)$$

$$= \sum_{k=0}^{10} X(3k) + \sum_{k=0}^{10} X(3k+1) + \sum_{k=0}^{10} X(3k+2)$$

$$= \sum_{k=0}^{(가)} X(2k) + \sum_{k=1}^{(나)} X(2k-1)$$

그런데  $X(2k) = (나)$ ,  $X(2k-1) = (다)$  이므로

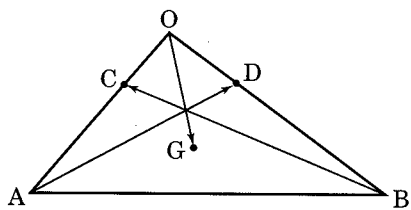
$$\sum_{i=0}^{32} X(i) = (라)$$

따라서  $Y(30)+Y(31)+Y(32) = (라)$  이다.

위의 빈 칸 (가), (나)에 알맞은 수를 각각  $a, b$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(k), g(k)$ 라 할 때,  $a+b+f(10)+g(10)$ 의 값은? [4점]

- ① 326    ② 338    ③ 349    ④ 358    ⑤ 360

17. 삼각형 OAB에서 두 선분 OA, OB를 1:2로 내분하는 점을 각각 C, D라 하고, 삼각형 OAB의 무게중심을 G라 하자.



등식  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{OG}$ 를 만족시키는 실수  $k$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{2}{3}$     ②  $-1$     ③  $-2$     ④  $-\frac{8}{3}$     ⑤  $-3$

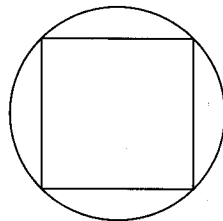
18. 자연수 전체의 집합  $N$ 에 대하여 집합  $A$ 를

$$A = \left\{ a \mid a \in N \text{이고 } \frac{500}{a} \in N \right\}$$

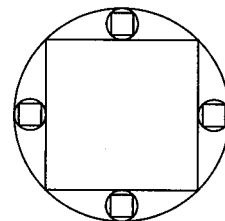
이라 하자. 집합  $A$ 의 원소를 각각  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{12}$ 라 할 때,  $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \log_2 a_3 + \dots + \log_2 a_{12}$ 의 값은? [4점]

- ①  $12 + 15 \log_2 5$     ②  $12 + 18 \log_2 5$     ③  $15 + 18 \log_2 5$   
 ④  $12 + 15 \log_2 3$     ⑤  $12 + 18 \log_2 3$

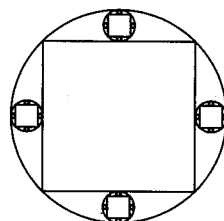
19. [그림 1]과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 정사각형을 그린다. [그림 2]와 같이 [그림 1]에서 원과 정사각형 사이에 있는 네 부분에, 원에 내접하고 정사각형의 한 변에 접하는 가장 큰 원을 각각 그리고, 각 원에 내접하는 정사각형을 그린다. 또, [그림 3]과 같이 [그림 2]에서 그린 원과 정사각형 사이에 있는 16개의 부분에, 원에 내접하고 정사각형의 한 변에 접하는 가장 큰 원을 각각 그리고, 각 원에 내접하는 정사각형을 그린다. 이와 같은 과정을 계속할 때, [그림  $n$ ]에 있는 모든 원의 넓이의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



[그림1]



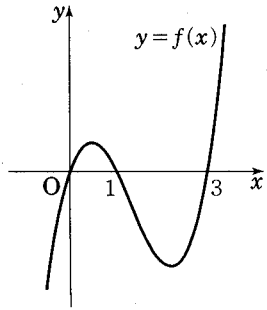
[그림2]



[그림3]

- ①  $\frac{2\sqrt{2}\pi}{7}$     ②  $\frac{(2\sqrt{2}+1)\pi}{7}$     ③  $\frac{(2\sqrt{2}+3)\pi}{7}$   
 ④  $\frac{2(2\sqrt{2}+1)\pi}{7}$     ⑤  $\frac{2(2\sqrt{2}+3)\pi}{7}$

20. 삼차함수  $f(x)=ax(x-1)(x-3)$  ( $a>0$ )에 대하여  $y=f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



함수  $F(x)$ 와  $G(x)$ 를

$$F(x) = \int_0^x \frac{|f(t)|+f(t)}{2} dt, \quad G(x) = \int_0^x \frac{|f(t)|-f(t)}{2} dt$$

로 정의할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점]

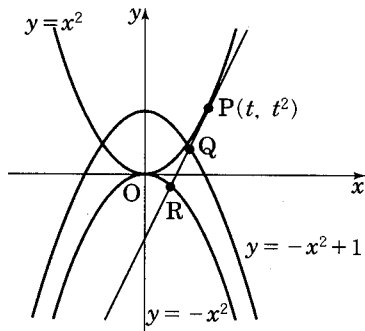
<보기>

- ㄱ. 모든 실수  $x$ 에 대하여 두 함수  $F(x)$ 와  $G(x)$ 는 모두 미분가능하다.
- ㄴ.  $F(1) < F(3)$
- ㄷ.  $F(3) < G(3)$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 곡선  $y=x^2$  위의 점  $P(t, t^2)$  ( $t>0$ )에서의 접선이 두 곡선  $y=-x^2+1$ 과  $y=-x^2$ 의  $x>0$ 의 범위에서 만나는 점을 각각 Q, R라 하자. 선분 QR의 길이를  $L(t)$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow \infty} L(t)$ 의 값은?

[4점]



- ①  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       ② 1                      ③  $\sqrt{2}$                       ④ 2                      ⑤  $2\sqrt{2}$

단답형

22. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가  $f(x)=20 \ln(x^2+6x+3)$ 일 때,  $f'(1)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

23. A지점에서 15km 떨어진 B지점까지 왕복하여 운행하는 관광열차가 있다. 이 관광열차는 A지점에서 출발하여 처음 2km 구간에서는 6km/시의 일정한 속력으로 운행하다가 나머지 13km 구간에서는  $a$ km/시의 일정한 속력으로 B지점까지 운행하고, B지점에서 A지점으로 돌아올 때는 전체 구간을  $(a-4)$ km/시의 일정한 속력으로 운행한다고 한다. 이 관광열차가 A지점과 B지점을 왕복하는데 걸린 시간이 3시간일 때,  $a$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 1개의 주사위를 1번 던져서 3의 배수의 눈이 나오면 동전을 3개 던지고, 3의 배수의 눈이 나오지 않으면 동전을 2개 던진다. 이 시행에서 앞면이 나온 동전의 개수가 1일 때, 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 1이었을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

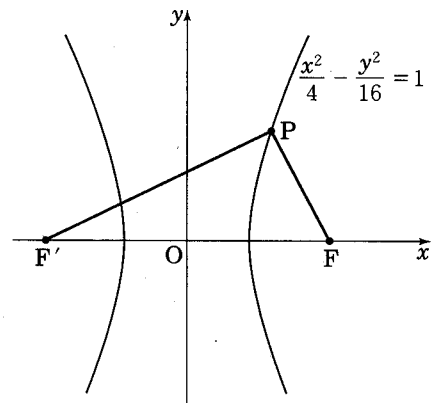
25. 부정적분  $\int 5x(x^2+1)^9 dx$ 의 전개식에서  $x^{10}$ 의 계수를 구하시오. [3점]

26. 좌표공간에서 구

$$S : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$$

과 평면  $z=4$ 가 만나서 생기는 도형을  $C$ 라 하자. 도형  $C$  위의 한 점  $P$ 에서 구  $S$ 에 접하는 평면을  $\alpha$ 라 할 때, 도형  $C$ 의 평면  $\alpha$  위로의 정사영의 넓이는  $\frac{q}{p}\pi$ 이다.  $10p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 그림과 같이 두 초점이  $F, F'$ 인 쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$  위의 점  $P$ 가  $2\overline{OP} = \overline{FF'}$ 을 만족시킬 때, 삼각형  $FPF'$ 의 넓이를 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

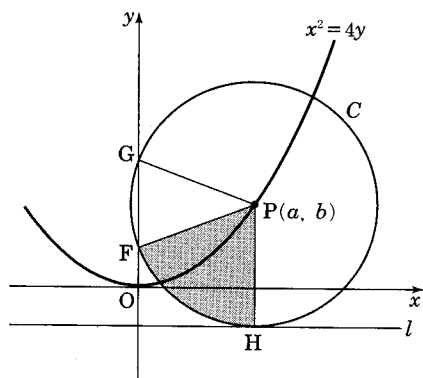


28. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 은 모든 자연수  $m, n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$a_{m+n} = a_m + a_n, \quad b_{m+n} = b_m b_n$$

$a_1 = 3, b_1 = 16$ 일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\log_2 b_n} = \frac{q}{p}$ 이다.  $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 포물선  $x^2 = 4y$ 의 초점을  $F$ , 준선을  $l$ 이라 하자. 이 포물선 위의 점  $P(a, b)$  ( $a > 2$ )를 중심으로 하고 준선  $l$ 에 접하는 원  $C$ 를 그리고 그 접점을  $H$ 라 하자. 원  $C$ 와  $y$ 축의 교점 중  $F$ 가 아닌 점을  $G$ 라 하자. 부채꼴  $PFH$ (어두운 부분)의 넓이를  $S(a)$ , 삼각형  $PGF$ 의 넓이를  $T(a)$ 라 할 때,  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{T(a)}{S(a)}$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 집합

$$A = \left\{ x \mid xe^x = m(x+2) - \frac{2}{e^2}, x \text{는 실수} \right\}$$

의 원소의 개수가 3이기 위한 필요충분조건은  $-\frac{1}{e^a} < m < b$ 이다. 두 정수  $a, b$ 에 대하여  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $m$ 은 실수이고,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ 이다.) [4점]

※ 확인 사항

• 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.