

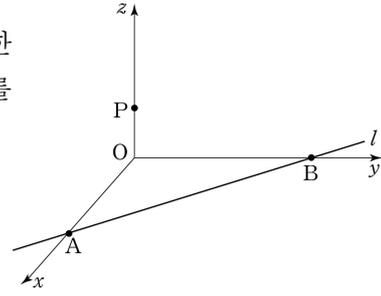
패턴 34

공간도형의 연산

편집:우에노리에

4. **2010** 평가원(3점)

좌표공간에서 점 $P(-3, 4, 5)$ 를 yz 평면에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 하자. 선분 PQ 를 2:1로 내분하는 점의 좌표를 (a, b, c) 라 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오.



5. **2008** 평가원(3점)

다음 조건을 만족하는 점 P 전체의 집합이 나타내는 도형의 둘레의 길이는?

좌표공간에서 점 P 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 구가 두 개의 구

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$$

에 동시에 외접한다.

- ① $\frac{2\sqrt{5}}{3}\pi$ ② $\sqrt{5}\pi$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}\pi$
 ④ $2\sqrt{5}\pi$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{3}\pi$

6. **2006** 평가원(3점)

좌표공간의 세 점 $A(a, 0, b), B(b, a, 0), C(0, b, a)$ 에 대하여 $a^2 + b^2 = 4$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이의 최솟값은?

(단, $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이다.)

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2
 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 3

7. **2012** 교육청(3점)

구 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$ 을 xy 평면으로 자른 단면을 밑면으로 하고, 구에 내접하는 원뿔의 부피의 최댓값은?

- ① $\frac{31}{3}\pi$ ② $\frac{32}{3}\pi$ ③ 11π
 ④ $\frac{34}{3}\pi$ ⑤ $\frac{35}{3}\pi$

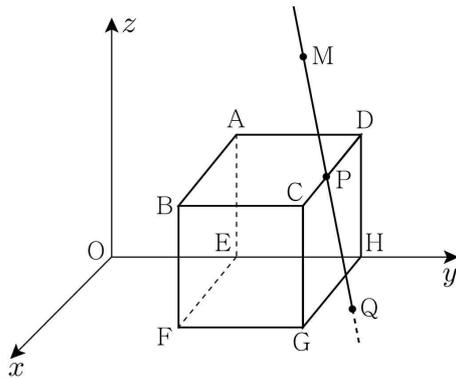
8. **2012** 교육청(4점)

평면 α 위에 거리가 4인 두 점 A, C와 중심이 C이고 반지름의 길이가 2인 원이 있다. 점 A에서 이 원에 그은 접선의 접점을 B라 하자. 점 B를 지나고 평면 α 와 수직인 직선 위에 $\overline{BP}=2$ 가 되는 점을 P라 할 때, 점 C와 직선 AP 사이의 거리는?

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

9. **2009** 교육청(4점)

그림과 같이 좌표공간에 있는 정육면체 ABCD-EFGH에서 $A(0, 3, 3)$, $E(0, 3, 0)$, $F(3, 3, 0)$, $H(0, 6, 0)$ 이다.



점 $M(1, 5, 6)$ 과 정육면체의 모서리 위를 움직이는 점 P에 대하여 직선 MP가 xy 평면과 만나는 점을 Q라 하자. 이때, 선분 MQ의 길이의 최댓값은?

- ① $2\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{13}$ ③ $2\sqrt{14}$
 ④ $2\sqrt{15}$ ⑤ $2\sqrt{17}$

10. **2004** **평가원(4점)**

좌표공간에 반구 $(x-5)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9, z \geq 0$ 가 있다. y 축을 포함하는 평면 α 가 반구와 접할 때, α 와 xy 평면이 이루는 각을 θ 라 하자. 이때, $30\cos\theta$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

11. **2010** **교육청(4점)**

좌표공간에 x 축, y 축 및 z 축에 접하는 구

$$S : (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$$

가 있다. 점 $A(0, 0, 3)$ 에서 구 S 에 그은 접선들과 xy 평면의 교점으로 이루어진 도형에서 두 점 P, Q 를 잡는다. 두 점 P, Q 사이의 거리의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오.

12. **2009** **교육청(4점)**

반지름의 길이가 각각 2, 4, 8이고 서로 외접하는 세 개의 구가 평면 α 위에 놓여 있다. 세 구의 중심을 각각 A, B, C 라 하고, 평면 ABC 와 평면 α 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\cos\theta = \frac{b}{a}\sqrt{2}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

13. **2006** **교육청(4점)**

좌표공간에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 9인 구가 세 점 $A(18, 0, 0), B(0, 9, 0), C(0, 0, 9)$ 를 지나는 평면에 의하여 잘린 도형의 넓이는 $a\pi$ 이다. 이때, a 의 값을 구하시오.

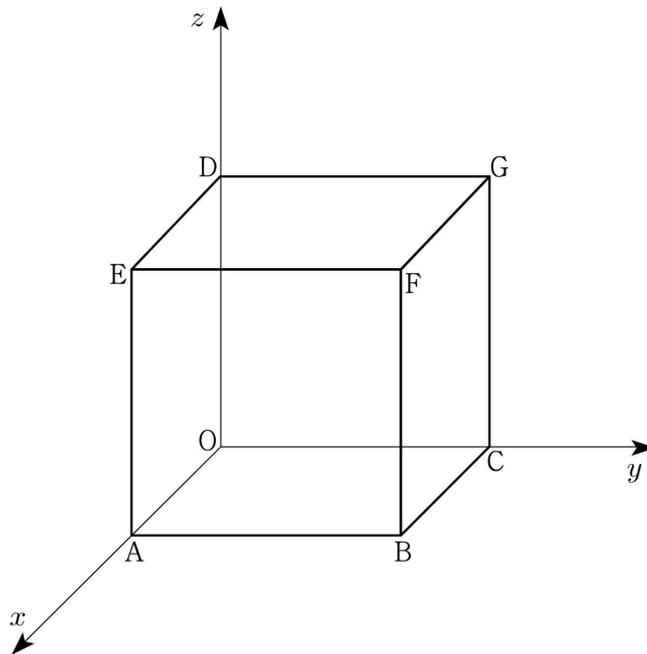
14. **2006** 교육청(4점)

구 $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 위의 점 P와 두 정점 $A\left(\frac{7}{2}, 3, -1\right)$, $B\left(\frac{5}{2}, 1, -3\right)$ 에 대하여 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 가 성립한다. $\triangle ABP$ 의 넓이의 최댓값은?

- ① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{15}{2}$
 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

15. **2012** 교육청(4점)

그림과 같이 좌표공간에 있는 정육면체 $OABC-DEFG$ 에서 $A(4, 0, 0)$, $C(0, 4, 0)$, $D(0, 0, 4)$ 이다. 이 정육면체가 평면 $x + y + 2z = 6$ 에 의하여 잘린 단면의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)



16. **2006** **교육청(4점)**

x 축을 중심을 갖는 두 평면이 구 $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4$ 위의 두 점 A, B 에서 접한다. 구의 중심을 C , $\triangle CAB$ 의 넓이를 S 라 할 때, $10S$ 의 값을 구하시오.

17. **2008** **교육청(4점)**

좌표공간 위의 세 점 $P(3, 0, 0)$, $Q(0, 3, 0)$, $R(0, 0, 3)$ 을 포함하는 평면을 α_1 , $\triangle PQR$ 의 외접원을 C_1 이라 하자. 또한, 반지름이 r 이고 중심의 좌표가 $F(6, -3, -3)$ 인 구 S 에 대하여, 평면 α 와 구 S 가 만나서 생기는 원을 C_2 라 하자. 두 원 C_1 과 C_2 는 서로 외접할 때, r^2 의 값을 구하시오.

18. **2012** **평가원(4점)**

좌표공간에서 구

$$S: (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$$

위를 움직이는 점 P 가 있다. 점 P 에서 구 S 에 접하는 평면이 구 $x^2+y^2+z^2=16$ 과 만나서 생기는 도형의 넓이의 최댓값은 $(a+b\sqrt{3})\pi$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 자연수이다.)

19. **2007** **수능 (3점)**

좌표공간에서 평면 $x=3$ 과 평면 $z=1$ 의 교선을 l 이라 하자. 점 P 가 직선 l 위를 움직일 때, 선분 OP 의 길이의 최솟값은?

(단, O 는 원점이다.)

- ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$
④ $\sqrt{14}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

- 1) 정답 ②
- 2) 정답 ①
- 3) 정답 ①
- 4) 정답 10
- 5) 정답 ⑤
- 6) 정답 ②
- 7) 정답 ②
- 8) 정답 ②
- 9) 정답 ⑤
- 10) 정답 24
- 11) 정답 72
- 12) 정답 3
- 13) 정답 45
- 14) 정답 ③
- 15) 정답 294
- 16) 정답 16
- 17) 정답 27
- 18) 정답 13
- 19) 정답 ②