보고가세요 제발

EBS 선별문항

2021년 여러분과 같이 있어
진심으로 행복했습니다.
정말 감사드립니다.

최종필 올림

CONTENTS

EBS 선별 특강

I Part 01 수학 I

Chapter 01 I 복잡한 계산과 정수조건
Chapter 02 I 관찰과 그래프
Chapter 03 I 평면도형
Chapter 04 I 추론

I Part 02 수학 II

Chapter 05 I 극한과 연속성 그리고 미분가능성
Chapter 06 I 미분과 적분
Chapter 07 I 함수의 그래프

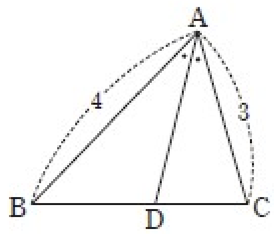
PART One

수학 I

Chapter 01 | 복잡한 계산과 정수조건
Chapter 02 | 관찰과 그래프
Chapter 03 | 평면도형
Chapter 04 | 추론

29 [수능특강 063쪽 007번]

그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=3$, $\angle BAC=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 ABC에 대하여 $\angle BAC$의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하자. $\overline{AD}^2=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



[정답/모범답안]

481

[해설]

삼각형 ABC의 넓이는 두 삼각형 ABD, ADC의 넓이의 합과 같고

$\angle BAD=\angle DAC=\frac{\pi}{6}$이므로

$\frac{1}{2}\times 4\times 3\times \sin\frac{\pi}{3}$

$=\frac{1}{2}\times 4\times \overline{AD}\times \sin\frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}\times \overline{AD}\times 3\times \sin\frac{\pi}{6}$

$6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\overline{AD}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\overline{AD}\times\frac{1}{2}$

$\overline{AD}=\frac{12\sqrt{3}}{7}$

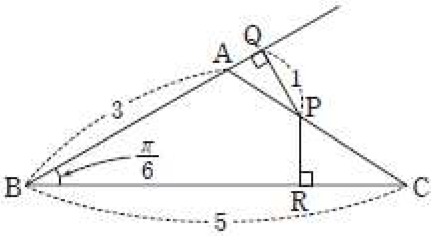
$\overline{AD}^2=\frac{432}{49}$

따라서 $p=49$, $q=432$이므로

$p+q=49+432=481$

30 [수능특강 061쪽 006번]

그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=5$, $\angle ABC=\frac{\pi}{6}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 P에서 두 직선 AB, BC에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자. 선분 PQ의 길이가 1일 때, 선분 PR의 길이는?



① $\frac{4}{5}$

② $\frac{17}{20}$

③ $\frac{9}{10}$

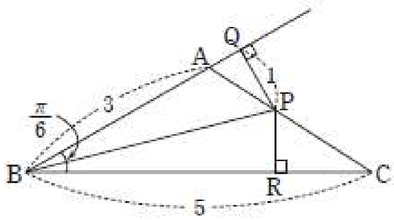
④ $\frac{19}{20}$

⑤ 1

[정답/모범답안]

3

[해설]



삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times3\times5\times\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}\times3\times5\times\frac{1}{2}=\frac{15}{4}$

한편, 삼각형 ABP의 넓이는

$\frac{1}{2}\times3\times1=\frac{3}{2}$

이고, 삼각형 PBC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times5\times\overline{PR}=\frac{5}{2}\overline{PR}$

이므로

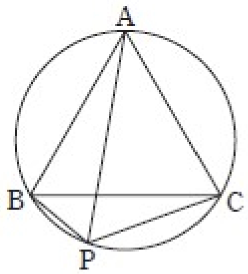
$\frac{3}{2}+\frac{5}{2}\overline{PR}=\frac{15}{4}$

따라서

$\overline{PR}=\frac{2}{5}\left(\frac{15}{4}-\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{10}$

31 [수능특강 067쪽 001번]

그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$인 원에 내접하는 정삼각형 ABC가 있다. $\angle$BAC를 삼등분하는 직선 중 하나가 점 A를 포함하지 않는 호 BC와 만나는 점을 P라 할 때, $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$의 값은?



① 16
② 17
③ 18
④ 19
⑤ 20

[정답/모범답안]

3

[해설]

$\overline{PA}=x$, $\overline{PB}=y$, $\overline{PC}=z$라 하자.

$\angle APB=\angle ACB=\frac{\pi}{3}$이므로 삼각형 ABP에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{AB}^2=x^2+y^2-2xy\cos\frac{\pi}{3}$

$=x^2+y^2-2xy\times\frac{1}{2}$

$=x^2+y^2-xy$

또 $\angle APC=\angle ABC=\frac{\pi}{3}$이므로 삼각형 APC에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{AC}^2=x^2+z^2-2xz\cos\frac{\pi}{3}$

$=x^2+z^2-2xz\times\frac{1}{2}$

$=x^2+z^2-xz$

이때 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$x^2+y^2-xy=x^2+z^2-xz$

$y^2-z^2-xy+xz=0$

$(y-z)(y+z)-x(y-z)=0$

$(y-z)(y+z-x)=0$

$y\neq z$이므로 $x=y+z$

한편, 삼각형 BPC에서 $\angle BPC=\frac{2}{3}\pi$이므로 코사인법칙에 의하여

$\overline{BC}^2=y^2+z^2-2yz\cos\frac{2}{3}\pi$

$=y^2+z^2-2yz\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=y^2+z^2+yz$

즉,

$x^2+y^2+z^2=(y+z)^2+y^2+z^2$

$=(y^2+2yz+z^2)+y^2+z^2$

$=2(y^2+z^2+yz)$

$=2\times\overline{BC}^2$

이때 삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여

$\frac{\overline{BC}}{\sin\frac{\pi}{3}}=2\times\sqrt{3}$

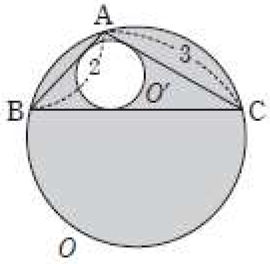
이므로

$\overline{BC}=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3$

따라서 $x^2+y^2+z^2=2\times\overline{BC}^2=2\times3^2=18$

32 [수능특강 067쪽 003번]

그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}=3$인 삼각형 ABC의 외접원을 O, 내접원을 O'이라 하자. $\cos(\angle BAC)=-\frac{1}{4}$일 때, 외접원 O의 내부와 내접원 O'의 외부의 공통부분의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



[정답/모범답안]

97

[해설]

삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{\mathrm{BC}}^2=\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2-2\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AC}}\times\cos(\angle\mathrm{BAC})$

$=4+9-2\times2\times3\times\left(-\frac{1}{4}\right)$

$=16$

이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=4$

한편,

$\sin(\angle\mathrm{BAC})=\sqrt{1-\cos^2(\angle\mathrm{BAC})}=\sqrt{1-\frac{1}{16}}=\frac{\sqrt{15}}{4}$

이므로 삼각형 ABC의 외접원 O의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\sin(\angle\mathrm{BAC})}=2R$

$\frac{4}{\frac{\sqrt{15}}{4}}=2R$

즉, $R=\frac{8}{\sqrt{15}}$이므로 외접원 O의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{64}{15}\pi$

또 삼각형 ABC의 넓이가

$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AC}}\times\sin(\angle\mathrm{BAC})=\frac{1}{2}\times2\times3\times\frac{\sqrt{15}}{4}$

$=\frac{3\sqrt{15}}{4}$

이므로 삼각형 ABC의 내접원 O'의 반지름의 길이를 r라 하면

$\frac{r}{2}(2+4+3)=\frac{3\sqrt{15}}{4}$

즉, $r=\frac{\sqrt{15}}{6}$이므로 내접원 O'의 넓이를 S'이라 하면

$S'=\frac{5}{12}\pi$

그러므로

$S-S'=\frac{64}{15}\pi-\frac{5}{12}\pi=\frac{77}{20}\pi$

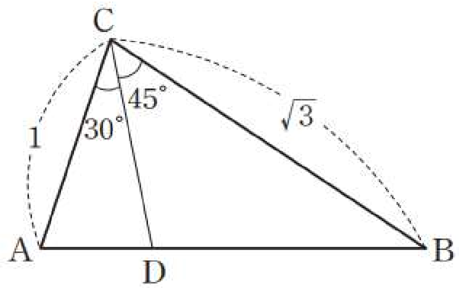
따라서 $p=20$, $q=77$이므로

$p+q=20+77=97$

33 [수능완성 025쪽 018번]

그림과 같이 삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=1, \overline{BC}=\sqrt{3}$ 이다.

선분 AB 위의 점 D에 대하여 $\angle \mathrm{ACD}=30^{\circ}$, $\angle \mathrm{BCD}=45^{\circ}$일 때, $\dfrac{\overline{\mathrm{BD}}}{\overline{\mathrm{AD}}}$의 값은?

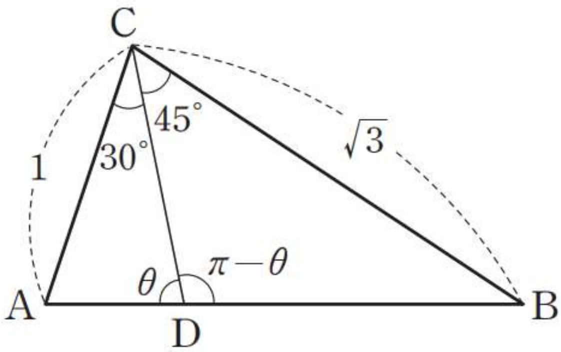


① 2
② $\sqrt{5}$
③ $\sqrt{6}$
④ $\sqrt{7}$
⑤ $2\sqrt{2}$

[정답/모범답안]

3

[해설]



그림과 같이 $\angle ADC=\theta$로 놓으면

삼각형 ADC에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{1}{\sin\theta}=\frac{\overline{AD}}{\sin 30^\circ}$$

$$\overline{AD}=\frac{1}{\sin\theta}\times\sin 30^\circ=\frac{1}{2\sin\theta}$$

삼각형 BCD에서 $\angle BDC=\pi-\theta$이므로 사인법칙에 의하여

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin(\pi-\theta)}=\frac{\overline{BD}}{\sin 45^\circ}$$

$$\overline{BD}=\frac{\sqrt{3}}{\sin(\pi-\theta)}\times\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{3}}{\sin\theta}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2\sin\theta}$$

따라서

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{AD}}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{2\sin\theta}}{\frac{1}{2\sin\theta}}=\sqrt{6}$$

{다른 풀이}

삼각형 ADC와 삼각형 BCD의 넓이의 비는 선분 AD와 선분 BD의 길이의 비와 같다.

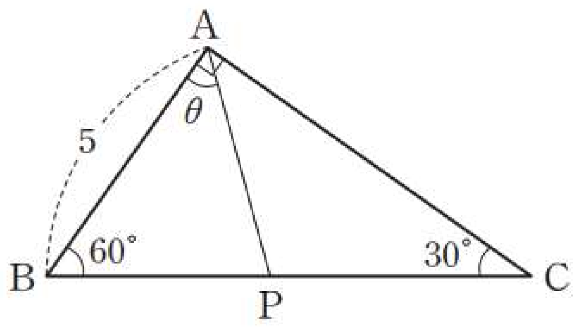
$$\frac{\overline{BD}}{\overline{AD}}=\frac{(\text{삼각형 BCD의 넓이})}{(\text{삼각형 ADC의 넓이})}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\sqrt{3}\times\sin 45^\circ}{\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times 1\times\sin 30^\circ}$$

$$=\frac{\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{6}$$

34 [수능완성 025쪽 019번]

그림과 같이 $A=90^\circ, B=60^\circ, C=30^\circ$ 이고 $\overline{AB}=5$인 직각삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 변 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle PAB=\theta$라 할 때, $\frac{\overline{BP}}{\sin\theta}$의 최솟값을 구하시오. (단, $0^\circ<\theta<90^\circ$)



[정답/모범답안]

5

[해설]

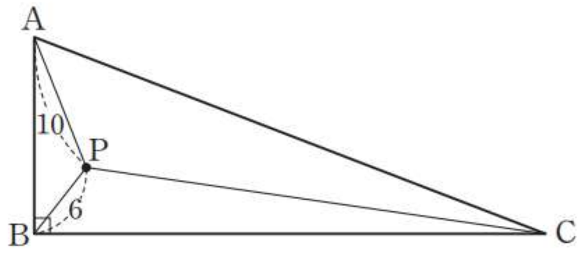
삼각형 ABP에서 사인법칙을 이용하면

$\frac{\overline{BP}}{\sin\theta}=\frac{\overline{AP}}{\sin 60^\circ}$가 성립하므로

$\frac{\overline{BP}}{\sin\theta}$의 최솟값은 $\overline{AP}$의 길이가 최소일 때이다.

35 [수능완성 027쪽 024번]

그림과 같이 B=90°인 직각삼각형 ABC의 내부의 점 P에 대하여 ∠APB=∠BPC=∠CPA=120°이고 $\overline{PA}=10$, $\overline{PB}=6$일 때, 선분 PC의 길이를 구하시오.



[정답/모범답안]

33

[해설]

$\overline{PC}=x$라 하면

삼각형 APC에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{AC}^2=10^2+x^2-2\times10\times x\times\cos120^\circ$

$=100+x^2+10x$

삼각형 ABP에서 코사인법칙에 의하여

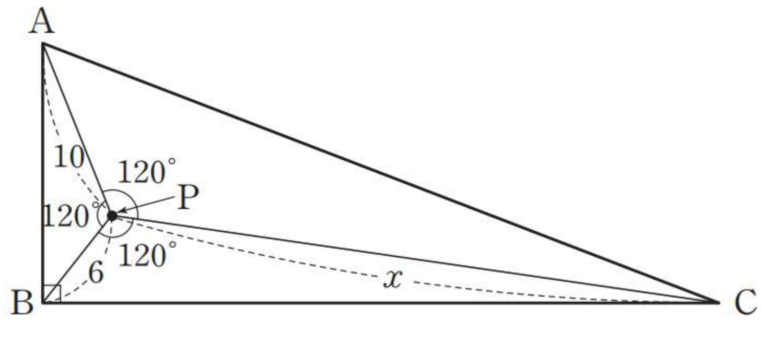
$\overline{AB}^2=10^2+6^2-2\times10\times6\times\cos120^\circ$

$=100+36+60=196$

삼각형 BCP에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{AB}^2=6^2+x^2-2\times6\times x\times\cos120^\circ$

$=36+x^2+6x$



삼각형 ABC는 $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$

$100+x^2+10x=196+36+x^2+6x$

$4x=132$

따라서 $x=33$