

제 2 교시

수리 영역(가형)

5지선다형

1. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A$ 의 모든 성분의 합은?
[2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. $\cos^2\theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은? [2점]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

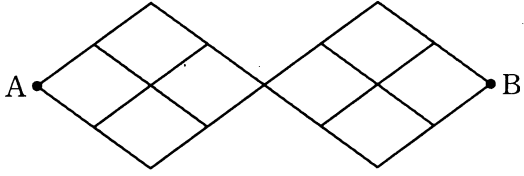
3. 한 개의 주사위를 6번 던질 때, 홀수의 눈이 5번 나올 확률은?
[2점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{3}{32}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{5}{32}$ ⑤ $\frac{3}{16}$

4. 좌표평면에서 일차변환 f 를 나타내는 행렬이 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ 일 때,
 f 에 의하여 직선 $x+2y=0$ 이 옮겨지는 직선의 방정식은? [3점]

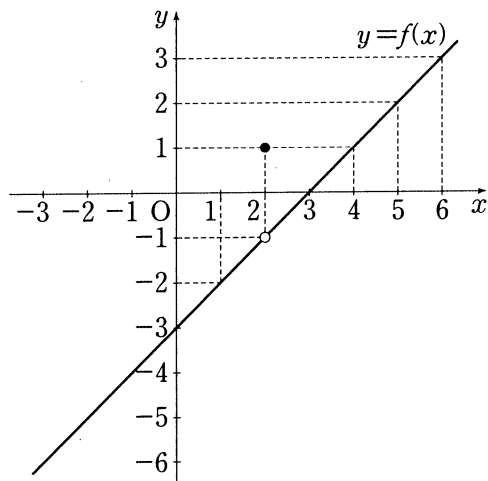
① $2x+y=0$ ② $2x+3y=0$ ③ $3x+2y=0$
④ $2x+5y=0$ ⑤ $5x+2y=0$

5. 그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다.
이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 B 지점까지 최단거리로
가는 경우의 수는? [3점]



- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

6. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



합성함수 $(f \circ f)(x)$ 가 $x=a$ 에서 불연속이 되는 모든 a 의 값의
합은? (단, $0 \leq a \leq 6$ 이다.) [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 어떤 물질이 녹아 있는 용액에 단색광을 투과시킬 때 투과 전
단색광의 세기에 대한 투과 후 단색광의 세기의 비를
그 단색광의 투과도라고 한다. 투과도를 T , 단색광이 투과한
길이를 l , 용액의 농도를 d 라 할 때, 다음 관계가 성립한다.

$$\log T = -kld \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수이다.})$$

이 물질에 대하여 투과길이가 l_0 ($l_0 > 0$)이고 용액의 농도가
 $3d_0$ ($d_0 > 0$)일 때의 투과도를 T_1 , 투과길이가 $2l_0$ 이고 용액의
농도가 $4d_0$ 일 때의 투과도를 T_2 라 하자. $T_2 = T_1^n$ 을 만족시키는
 n 의 값은? [3점]

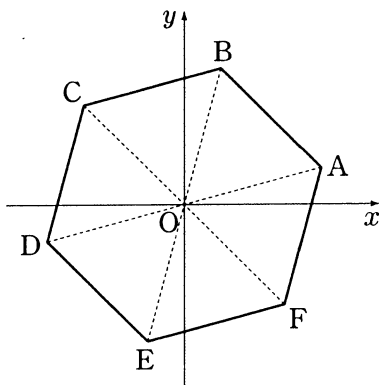
- ① 2 ② $\frac{13}{6}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

8. 그림과 같이 좌표평면에 정육각형 ABCDEF가 있다.

두 일차변환 f, g 를 나타내는 행렬이 각각

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

일 때, 합성변환 $g \circ f$ 에 의하여 점 A가 옮겨지는 점은?
(단, 선분 AD의 중점은 원점 O이다.) [3점]



- ① B ② C ③ D ④ E ⑤ F

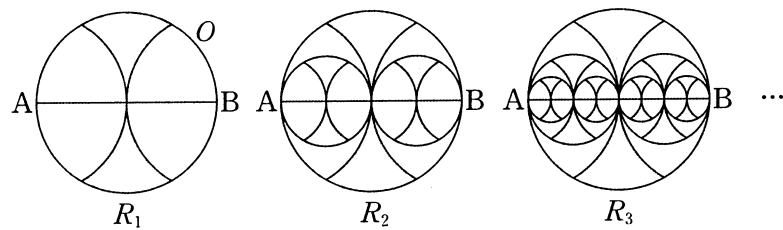
9. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. A, B를 각각 중심으로 하고 원 O와 반지름의 길이가 같은 두 원의 외부와 원 O의 내부의 공통부분인 Σ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 AB를 2등분한 선분을 각각 지름으로 하는 두 원을 그리고, 이 두 원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 Σ 모양의 두 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 선분 AB를 4등분한 선분을 각각 지름으로 하는 네 원을 그리고, 이 네 원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 Σ 모양의 네 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

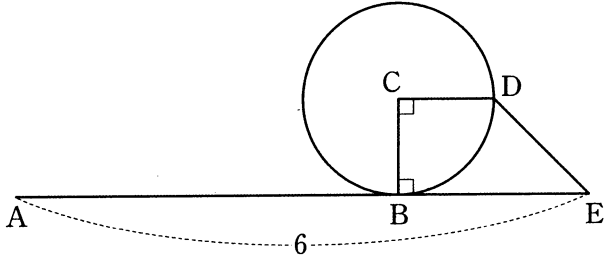
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 Σ 모양의 모든 도형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $3\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$ ② $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ ③ $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$
④ $3\sqrt{3} - \pi$ ⑤ $3\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$

10. 그림은 지점 A, B, C, D, E를 연결하는 산책로를 나타낸 것이다. 길이가 6km인 직선 모양의 산책로 AE와 둘레의 길이가 2π km인 원 모양의 산책로가 B지점에서 한 번 만난다. 갑과 을은 다음과 같이 A지점에서 E지점까지 이동하였다.



갑: 산책로 AB를 속력 4km/시, 원 모양의 산책로 한 바퀴를 속력 π km/시, 직선 모양의 산책로 BE를 속력 4km/시로 이동하였다.

을: 직선 모양의 산책로 AB, BC, CD, DE를 따라 속력 5km/시로 이동하였다.

갑과 을이 동시에 출발하여 갑이 을보다 2시간 늦게 도착하였을 때, 두 지점 A, B 사이의 거리는?

(단, C는 원의 중심이고, 산책로의 폭은 무시한다.) [3점]

- ① $\frac{15}{4}$ km ② 4km ③ $\frac{17}{4}$ km ④ $\frac{9}{2}$ km ⑤ $\frac{19}{4}$ km

11. A가 동전을 2개 던져서 나온 앞면의 개수만큼 B가 동전을 던진다. B가 던져서 나온 앞면의 개수가 1일 때, A가 던져서 나온 앞면의 개수가 2일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

12. 좌표평면에서 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 점근선에 평행하고

타원 $\frac{x^2}{8a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하는 직선을 l 이라 하자.

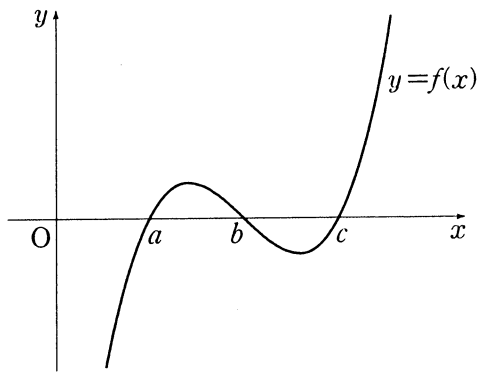
원점과 직선 l 사이의 거리가 1일 때, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② $\frac{19}{2}$ ③ 10 ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ 11

13. 삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, $f(x)$ 는

$$\int_a^b f(x)dx=3, \int_a^c f(x)dx=0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]



<보 기>

ㄱ. $F(b)=F(a)+3$

ㄴ. 점 $(c, F(c))$ 는 곡선 $y=F(x)$ 의 변곡점이다.

ㄷ. $-3 < F(a) < 0$ 이면 방정식 $F(x)=0$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 좌표공간에 있는 원기둥이 다음 조건을 만족시킨다.

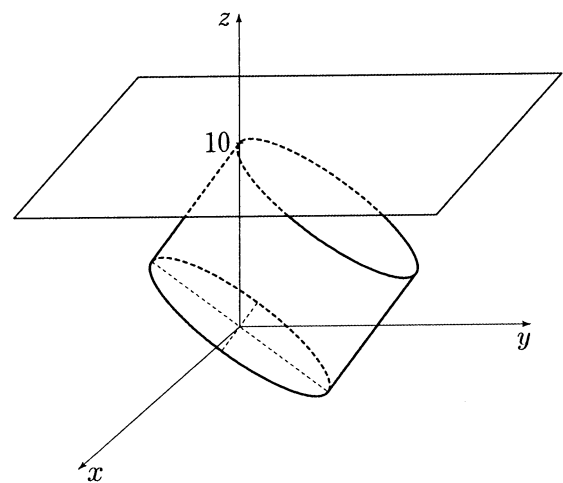
(가) 높이는 8이다.

(나) 한 밑면의 중심은 원점이고 다른 밑면은 평면 $z=10$ 과 오직 한 점 $(0, 0, 10)$ 에서 만난다.

이 원기둥의 한 밑면의 평면 $z=10$ 위로의 정사영의 넓이는?

[4점]

- ① $\frac{139}{5}\pi$ ② $\frac{144}{5}\pi$ ③ $\frac{149}{5}\pi$ ④ $\frac{154}{5}\pi$ ⑤ $\frac{159}{5}\pi$



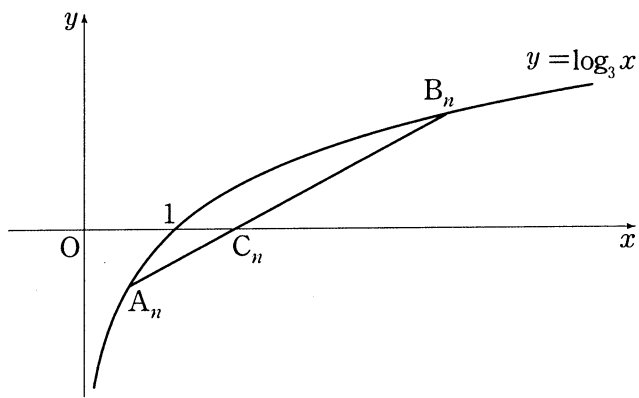
15. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 x 좌표가 $\frac{1}{n}$ 인 점을 A_n 이라 하자. 그래프 위의 점 B_n 과 x 축 위의 점 C_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 C_n 은 선분 $A_n B_n$ 과 x 축의 교점이다.

(나) $\overline{A_n C_n} : \overline{C_n B_n} = 1 : 2$

점 C_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1



16. 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$(A+B)(A^{-1}+B^{-1})=4E$$

를 만족시킨다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^{-1}+B^{-1}$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $A=E$ 이면 $B=E$ 이다.

ㄷ. $AB=\frac{1}{2}E$ 이면 $A^2+B^2=E$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -\frac{4}{9}$ 이고,

$$2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식 $2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n$ 의 양변을 2^{2n+1} 으로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{a_n}{2^n} = \frac{n}{2^{2n+1}} \quad (n \geq 1)$$

이므로 $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여

$$\frac{a_n}{2^n} = \frac{a_1}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} \dots\dots (*)$$

이다. 한편

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} &= \frac{2}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}} - \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}} \right) \\ &= \frac{2}{3} \left\{ \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \dots + \frac{n-1}{4^{n-1}} \right) - \left(\frac{1}{4^2} + \frac{2}{4^3} + \dots + \frac{n-1}{4^n} \right) \right\} \\ &= \frac{2}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{\boxed{(가)}}{4^n} \right) \end{aligned}$$

이므로 (*)에 의하여

$$\begin{aligned} a_n &= \boxed{(나)} + \frac{2^{n+1}}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{\boxed{(가)}}{4^n} \right) \\ &= -\frac{3n+1}{9 \cdot 2^{n-1}} \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(10) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① -64 ② -56 ③ -48 ④ -40 ⑤ -32

18. 정규분포 $N(10, 2^2)$ 을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 n 인 표본의 표본평균을 \bar{X} , 표준정규분포를 따르는 확률변수를 Z 라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a , b 는 상수이다.) [4점]

<보 기>

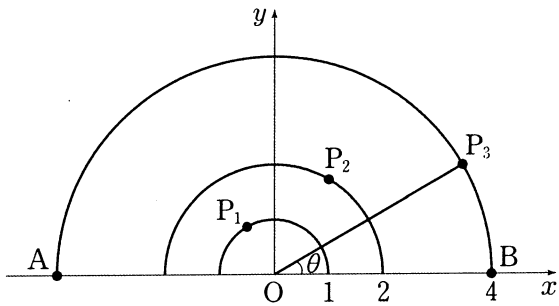
$$\neg. V(\bar{X}) = \frac{4}{n}$$

$$\neg. P(\bar{X} \leq 10-a) = P(\bar{X} \geq 10+a)$$

$$\neg. P(\bar{X} \geq a) = P(Z \leq b) \text{이면 } a + \frac{2}{\sqrt{n}}b = 10 \text{이다.}$$

- ① \neg ② \neg ③ \neg , \neg
④ \neg , \neg ⑤ \neg , \neg , \neg

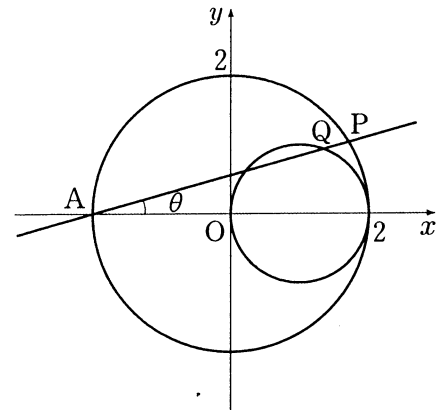
19. 그림과 같이 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1, 2, 4인 세 반원을 각각 O_1, O_2, O_3 이라 하자. 세 점 P_1, P_2, P_3 은 선분 OB 위에서 동시에 출발하여 각각 세 반원 O_1, O_2, O_3 위를 같은 속력으로 시계 반대 방향으로 움직이고 있다. $\angle BOP_3 = \theta$ 라 하고 삼각형 ABP_1 의 넓이를 S_1 , 삼각형 ABP_2 의 넓이를 S_2 , 삼각형 ABP_3 의 넓이를 S_3 이라 하자. $3S_3 = 2(S_1 + S_2)$ 일 때, $\cos^3 \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

20. 그림과 같이 점 $A(-2, 0)$ 과 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점 P 에 대하여 직선 AP 가 원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 과 두 점에서 만날 때 두 점 중에서 점 P 에 가까운 점을 Q 라 하자.

$\angle OAP = \theta$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\overline{PQ}}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고

$$g'(x) \leq \frac{1}{3} \text{이다.}$$

(나) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{(x-3)g(x)} = \frac{8}{9}$

$f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -11 ② -9 ③ -7 ④ -5 ⑤ -3

단답형

22. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$f(x^3) = 2x^3 - x^2 + 32x$$

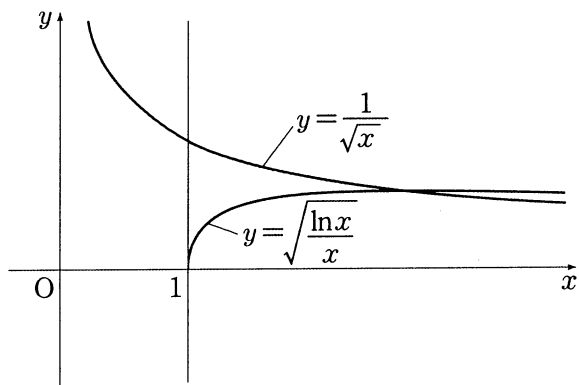
를 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. A그릇에는 농도가 30%인 소금물 10g이 담겨 있고,

B그릇에는 농도가 2%인 소금물 50g이 담겨 있다.

A그릇에는 xg 의 물을 넣고, B그릇은 가열하여 xg 의 물을 증발시킨 후 $2xg$ 의 소금을 넣었다. A그릇의 소금물 농도를 $f(x)$, B그릇의 소금물 농도를 $g(x)$ 라 할 때, $f(x) < g(x)$ 를 만족시키는 자연수 x 의 최솟값을 구하시오. [3점]

24. 두 곡선 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $y = \sqrt{\frac{\ln x}{x}}$ 와 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는 V 이다. $\frac{100V}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [3점]

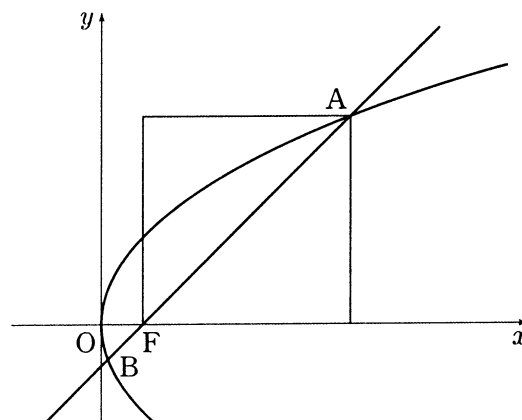


25. 닫힌 구간 $[-1, 1]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-x) = f(x)$
 (나) $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{10}$

$V(10X+3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 좌표평면에서 꼭짓점이 원점 O 이고 초점이 F 인 포물선과 점 F 를 지나고 기울기가 1인 직선이 만나는 두 점을 각각 A , B 라 하자. 선분 AF 를 대각선으로 하는 정사각형의 한 변의 길이가 2일 때, 선분 AB 의 길이는 $a+b\sqrt{2}$ 이다. a^2+b^2 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 정수이다.) [4점]



27. 좌표공간에서 구

$$S: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$$

위를 움직이는 점 P가 있다. 점 P에서 구 S에 접하는 평면이
구 $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ 과 만나서 생기는 도형의 넓이의 최댓값은
 $(a+b\sqrt{3})\pi$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 자연수이다.) [4점]

28. 첫째항이 10인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n < a_{n+1}, \quad \sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k)^2 = 2\left(1 - \frac{1}{9^n}\right)$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 좌표공간에서 네 점 A_0, A_1, A_2, A_3 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad |\overrightarrow{A_0A_2}| = |\overrightarrow{A_1A_3}| = 2$$

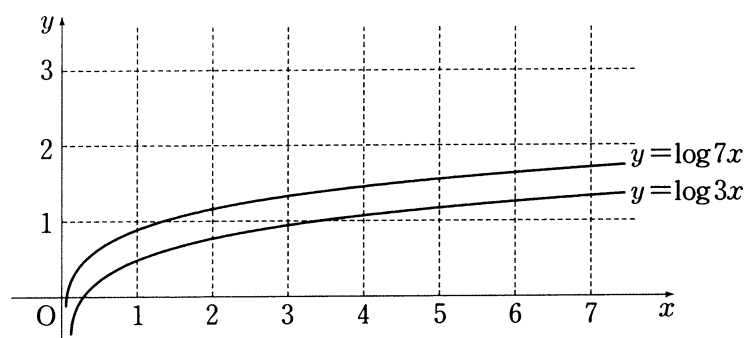
$$(나) \quad \frac{1}{2} \overrightarrow{A_0A_3} \cdot \left(\overrightarrow{A_0A_k} - \frac{1}{2} \overrightarrow{A_0A_3} \right) = \cos \frac{3-k}{3} \pi \quad (k = 1, 2, 3)$$

$|\overrightarrow{A_1A_2}|$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y = \log 3x$, $y = \log 7x$ 의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.

(나) 꼭짓점의 x 좌표는 모두 100 이하이다.



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수리 영역(나형)

5지선다형

1. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A$ 의 모든 성분의 합은?
[2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2}{8n^3 + 5}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 1$, $a_4 = 7$ 일 때, $a_2 + a_3$ 의 값은?
[2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

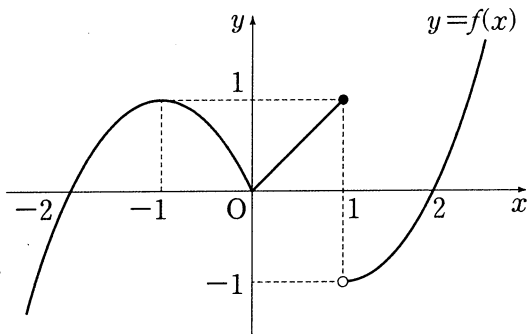
4. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 무수히 많은 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. $(\sqrt{2}\sqrt[3]{4})^3$ 보다 큰 자연수 중 가장 작은 것은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

7. 어떤 물질이 녹아 있는 용액에 단색광을 투과시킬 때 투과 전 단색광의 세기에 대한 투과 후 단색광의 세기의 비를 그 단색광의 투과도라고 한다. 투과도를 T , 단색광이 투과한 길이를 l , 용액의 농도를 d 라 할 때, 다음 관계가 성립한다.

$$\log T = -kld \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수이다.})$$

이 물질에 대하여 투과길이가 l_0 ($l_0 > 0$)이고 용액의 농도가 $3d_0$ ($d_0 > 0$)일 때의 투과도를 T_1 , 투과길이가 $2l_0$ 이고 용액의 농도가 $4d_0$ 일 때의 투과도를 T_2 라 하자. $T_2 = T_1^n$ 을 만족시키는 n 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{13}{6}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

8. 5명의 학생 A, B, C, D, E가 김밥, 만두, 쫄면 중에서 서로 다른 2종류의 음식을 표와 같이 선택하였다. 이 5명 중에서 임의로 뽑힌 한 학생이 만두를 선택한 학생일 때, 이 학생이 쫄면도 선택하였을 확률은? [3점]

	A	B	C	D	E
김밥	○	○		○	
만두	○	○	○		○
쫄면			○	○	○

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

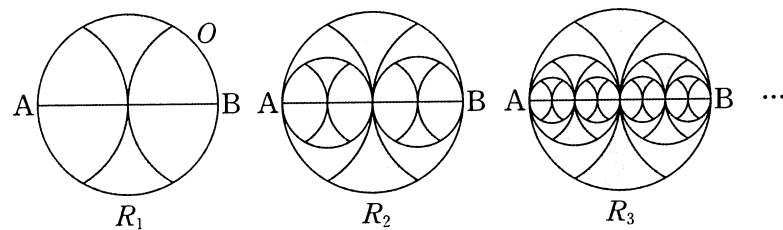
9. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. A, B를 각각 중심으로 하고 원 O와 반지름의 길이가 같은 두 원의 외부와 원 O의 내부의 공통부분인 \bowtie 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 AB를 2등분한 선분을 각각 지름으로 하는 두 원을 그리고, 이 두 원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \bowtie 모양의 두 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 선분 AB를 4등분한 선분을 각각 지름으로 하는 네 원을 그리고, 이 네 원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \bowtie 모양의 네 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 \bowtie 모양의 모든 도형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $3\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$ ② $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ ③ $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$
 ④ $3\sqrt{3} - \pi$ ⑤ $3\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$

10. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(6, \frac{2}{3}\right)$ 를 따를 때, $V(-3X+2)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

11. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1a_5 = 9, a_2a_6 = 36$$

일 때, $8(a_1a_2 + a_3a_4)$ 의 값은? [3점]

- ① 153 ② 157 ③ 161 ④ 165 ⑤ 169

12. 주머니 안에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 있다. 주머니에서 값이 2장의 카드를 임의로 뽑고
 을이 남은 2장의 카드 중에서 1장의 카드를 임의로 뽑을 때,
 값이 뽑은 2장의 카드에 적힌 수의 곱이 을이 뽑은 카드에
 적힌 수보다 작을 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

13. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} a & (x \leq 1) \\ -x+2 & (x > 1) \end{cases}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, a 는 상수이다.) [3점]

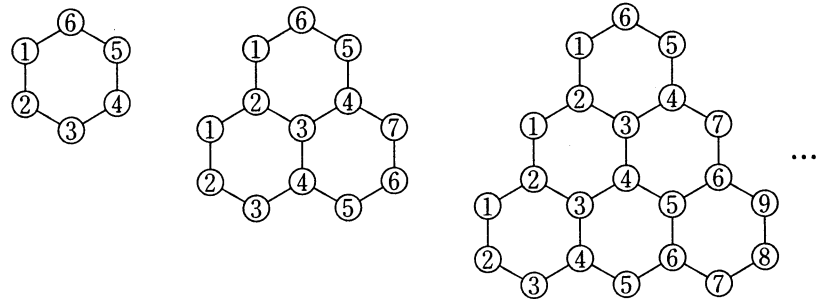
- <보 기>
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 1$
 ㄴ. $a=0$ 이면 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $y=(x-1)f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 다음 [단계]에 따라 정육각형이 인접해 있는 모양의 도형에 자연수를 적는다.

- [단계 1] <그림 1>과 같이 한 개의 정육각형을 그리고, 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적는다.
 [단계 2] <그림 1>의 아래에 2개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 <그림 2>를 얻는다.
 ⋮
 [단계 n] <그림 $n-1$ >의 아래에 n 개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 <그림 n >을 얻는다.

<그림 6>에 적혀있는 모든 수의 합은? [4점]



<그림 1> <그림 2> <그림 3>

- ① 338 ② 349 ③ 360 ④ 371 ⑤ 382

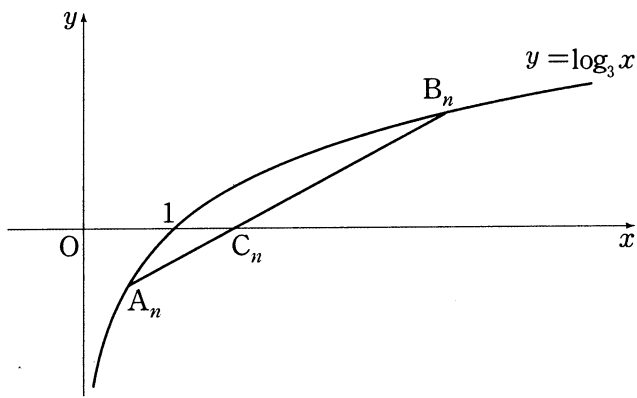
15. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 x 좌표가 $\frac{1}{n}$ 인 점을 A_n 이라 하자. 그래프 위의 점 B_n 과 x 축 위의 점 C_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 C_n 은 선분 $A_n B_n$ 과 x 축의 교점이다.

(나) $\overline{A_n C_n} : \overline{C_n B_n} = 1 : 2$

점 C_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1



16. 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$(A+B)(A^{-1}+B^{-1})=4E$$

를 만족시킨다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^{-1}+B^{-1}$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $A=E$ 이면 $B=E$ 이다.

ㄷ. $AB=\frac{1}{2}E$ 이면 $A^2+B^2=E$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -\frac{4}{9}$ 이고,

$$2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식 $2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n$ 의 양변을 2^{2n+1} 으로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{a_n}{2^n} = \frac{n}{2^{2n+1}} \quad (n \geq 1)$$

이므로 $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여

$$\frac{a_n}{2^n} = \frac{a_1}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} \dots\dots (*)$$

이다. 한편

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} &= \frac{2}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}} - \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}} \right) \\ &= \frac{2}{3} \left\{ \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \dots + \frac{n-1}{4^{n-1}} \right) - \left(\frac{1}{4^2} + \frac{2}{4^3} + \dots + \frac{n-1}{4^n} \right) \right\} \\ &= \frac{2}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{(\text{가})}{4^n} \right) \end{aligned}$$

이므로 (*)에 의하여

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{(\text{나})}{3} + \frac{2^{n+1}}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{(\text{가})}{4^n} \right) \\ &= -\frac{3n+1}{9 \cdot 2^{n-1}} \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(10) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① -64 ② -56 ③ -48 ④ -40 ⑤ -32

18. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \int \{x^2 + f(x)\} dx, \quad f(x)g(x) = -2x^4 + 8x^3$$

을 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은? [4점]

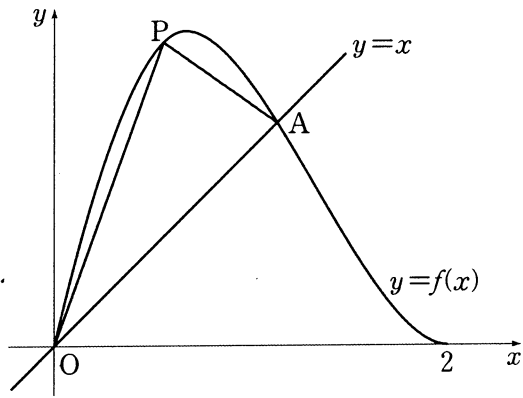
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = ax(x-2)^2 \quad \left(a > \frac{1}{2}\right)$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x$ 의 교점 중 원점 O 가 아닌 점을 A 라 하자. 점 P 가 원점으로부터 점 A 까지 곡선 $y=f(x)$ 위를 움직일 때, 삼각형 OAP 의 넓이가 최대가 되는 점 P 의 x 좌표가 $\frac{1}{2}$ 이다. 상수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{17}{12}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{19}{12}$



20. 어느 공장에서 생산하는 제품의 무게는 모평균이 m , 모표준편차가 $\frac{1}{2}$ 인 정규분포를 따른다고 한다.

이 공장에서 생산한 제품 중에서 25개를 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균 m 에 대한 신뢰구간이 $[a, b]$ 일 때, $P(|Z| \leq c) = 0.95$ 를 만족시키는 c 를 a, b 로 나타낸 것은? (단, 확률변수 Z 는 표준정규분포를 따른다.) [4점]

- ① $3(b-a)$ ② $\frac{7}{2}(b-a)$ ③ $4(b-a)$
④ $\frac{9}{2}(b-a)$ ⑤ $5(b-a)$

21. 좌표평면에서 두 함수

$$f(x) = 6x^3 - x, \quad g(x) = |x - a|$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① $-\frac{11}{18}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{7}{18}$

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x}{x + 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\int_{-2}^2 x(3x + 1)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 다항식 $(1+ax)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 1440일 때, 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x)=x^3+4x-2$ 에 대하여 $\lim_{h\rightarrow 0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{h}$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 그래프 G 를 나타내는 행렬 M 이 다음과 같다.
그래프 G 의 꼭짓점의 개수를 a , 변의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$M=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

27. A 과수원에서 생산하는 귤의 무게는 평균이 86, 표준편차가 15인 정규분포를 따르고, B 과수원에서 생산하는 귤의 무게는 평균이 88, 표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. A 과수원에서 임의로 선택한 귤의 무게가 98 이하일 확률과 B 과수원에서 임의로 선택한 귤의 무게가 a 이하일 확률이 같을 때, a 의 값을 구하시오.
(단, 귤의 무게의 단위는 g이다.) [4점]

28. 첫째항이 10인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n < a_{n+1}, \quad \sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k)^2 = 2 \left(1 - \frac{1}{9^n} \right)$$

- 을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

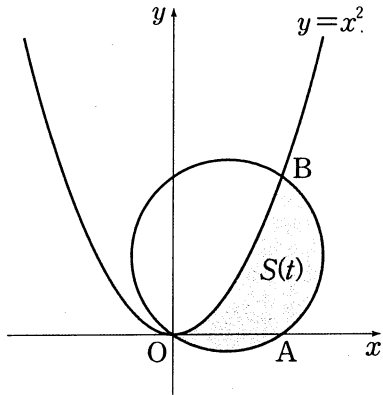
29. 그림과 같이 곡선 $y=x^2$ 과 양수 t 에 대하여

세 점 $O(0, 0)$, $A(t, 0)$, $B(t, t^2)$ 을 지나는 원 C 가 있다.

원 C 의 내부와 부등식 $y \leq x^2$ 이 나타내는 영역의 공통부분의

넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $S'(1) = \frac{p\pi+q}{4}$ 이다.

p^2+q^2 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 정수이다.) [4점]



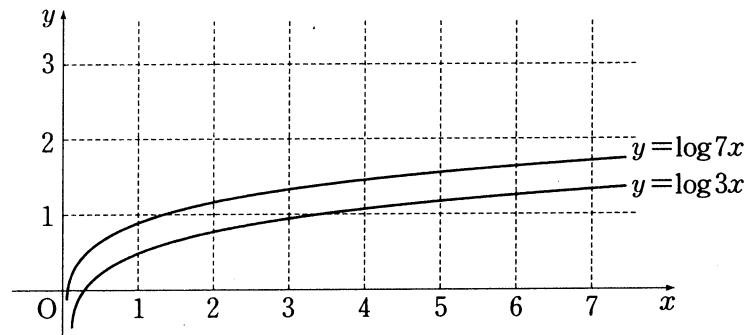
30. 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수

$y=\log 3x$, $y=\log 7x$ 의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를

구하시오. [4점]

(가) 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.

(나) 꼭짓점의 x 좌표는 모두 100 이하이다.



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.