2015. 5. 4 배포

2016학년도 포카칩 모의평가 예비시행
수학 영역 (A형) 해설

작성자: 박 상 칠(박수칠@orbi.kr)

1 ②

$$\log_6 4+\log_6 9=\log_6 6^2=2$$

2 ⑤

행렬 $-A=\begin{pmatrix}-2 & 9\\ -1 & -a\end{pmatrix}$의 모든 성분의 합이 1이므로

$$-2+9-1-a=1$$
$$a=5$$

3 ③

$n\to\infty$이면 $\sqrt{9n^2+1}\fallingdotseq\sqrt{9n^2}=3n$이므로 함수식의 분자를 일차식으로 볼 수 있다. 따라서 분모, 분자를 n으로 나누면

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{9n^2+1}}{n+2}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{\sqrt{9n^2+1}}{n}}{1+\frac{2}{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{9+\frac{1}{n^2}}}{1+\frac{2}{n}}$$
$$=\sqrt{9}=3$$

[두 번째 방법] $n\to\infty$일 때 $\sqrt{9n^2+1}\fallingdotseq\sqrt{9n^2}=3n$이고, 주어진 극한이 $\frac{\infty}{\infty}$의 꼴이므로 $\sqrt{9n^2+1}$을 $3n$으로 바꿔서 계산해도 된다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{9n^2+1}}{n+2}=\lim_{n\to\infty}\frac{3n}{n+2}=3$$

4 ⑤

$$f'(x)=6x^2+5$$
$$f'(1)=11$$

5 ④

수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a라 하면

$$a_1+a_2=a+(a+2)=10\ \Rightarrow\ a=4$$

가 된다. 따라서

$$a_3=a+2\times 2=8$$

6 ③

$$\int_0^2 x^3dx-\int_1^2 x^3dx$$
$$=\left(\int_0^1 x^3dx+\int_1^2 x^3dx\right)-\int_1^2 x^3dx$$
$$=\int_0^1 x^3d=\left[\frac{1}{4}x^4\right]_0^1=\frac{1}{4}$$

7 ①

수열 $\{a_n\}$의 일반항이 $a_n=3^{n-1}$이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{a_n}=\sum_{n=1}^{\infty}2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}=\frac{2}{1-\frac{1}{3}}=3$$

8 ④

$\lim\limits_{x\to 2}f(x)=1=a$로부터

$$\lim_{x\to a+0}f(x)-\lim_{x\to a-0}f(x)$$
$$=\lim_{x\to 1+0}f(x)-\lim_{x\to 1-0}f(x)$$
$$=2-1=1$$

9 ④

주어진 부등식으로부터 $2\le 3^x\le 30$이 성립하고, 이를 만족하는 자연수 x의 값은 1, 2, 3이다. 따라서 합은 6

10 ①

다항식 $(2x+1)^5$을 이항정리로 전개하면 일반항이

$${}_5C_r\times(2x)^r={}_5C_r\times 2^r\times x^r$$

이므로 x^2항은 $r=2$일 때 나타난다. 따라서 x^2의 계수는

$${}_5C_2\times 2^2=10\times 4=40$$

11 ②

점화식 $(a_{n+1})^2=a_na_{n+2}$를 만족하는 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이고, $a_1=3$, $a_2=6$으로부터 첫째항이 3, 공비가 2이다. 따라서 일반항이 $a_n=3\cdot 2^{n-1}$이며, 제1항부터 제6항까지의 합은 다음과 같다.

$$\frac{3\times(2^6-1)}{2-1}=3\times 63=189$$

12 ③

자동차 공장에서 생산된 타이어 가운데 하나를 뽑아 그 타이어의 주행거리를 X라 하면 확률변수 X는 정규분포 $N(15200,\ 3200^2)$을 따르며, 20000㎞ 이상 주행할 확률은 다음과 같다.

$$P(X \geq 20000) = P\left(Z \geq \frac{20000-15200}{3200}\right) = P(Z \geq 1.5) = 0.5 - 0.4332 = 0.0668$$

13 ③

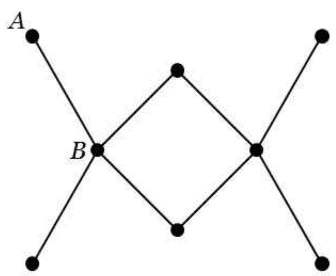
인접행렬의 (m, n) 성분은 m행에 대응되는 꼭짓점과 n열에 대응되는 꼭짓점을 잇는 변의 개수를 나타낸다. 또한 인접행렬의 m행에 있는 모든 성분들의 합은 그 행에 대응되는 꼭짓점의 차수와 같고, 인접행렬에 포함된 모든 성분의 합은 그래프에 포함된 모든 꼭짓점의 차수 합(즉, 변의 개수의 2배)와 같다.

주어진 그래프에서 임의의 두 꼭짓점을 뽑으면 두 꼭짓점을 잇는 변의 개수가 0 또는 1이므로 인접행렬의 각 성분도 0 또는 1이다. 따라서 인접행렬의 1인 성분의 개수는 인접행렬의 모든 성분의 합과 같고, 다시 그래프에 포함된 변의 개수의 2배와 같다.

이때, 주어진 그래프의 변의 개수가 8이므로 인접행렬에 포함된 1인 성분의 개수는 $8 \times 2 = 16$이다.

14 ①

인접행렬에서 $(1, 2)$ 성분이 1인 것은 1행에 대응되는 꼭짓점과 2열에 대응되는 꼭짓점을 잇는 변의 개수가 1임을 의미한다. 그리고 2열에 대응되는 꼭짓점은 2행에 대응되는 꼭짓점과 같으므로 문제의 조건을 만족하려면 1개의 변으로 연결된 두 꼭짓점이 1행과 2행에 대응되어야 한다.



또한 위 그래프의 두 꼭짓점 A, B를 각각 1행, 2행에 대응시킨 행렬과 2행, 1행에 대응시킨 행렬은 서로 다르기 때문에 경우의 수를 셀 때는 꼭짓점 위치가 바뀌는 것까지 고려해야 한다.

8개의 꼭짓점 가운데 2개를 뽑아 인접행렬의 1행, 2행에 대응시키는 방법의 수는

$${}_8P_2 = 8 \times 7 = 56$$

이고, 1개의 변으로 연결된 두 꼭짓점을 인접행렬의 1행, 2행에 대응시키는 방법의 수는 「8개의 변 가운데 1개를 뽑고, 그 변과 연결된 두 꼭짓점을 각각 인접행렬의 1행, 2행에 대응시키는 방법의 수」이므로

$${}_8C_1 \times 2 = 8 \times 2 = 16$$

이다.

따라서 구하는 확률은 다음과 같다.

$$\frac{16}{56} = \frac{2}{7}$$

15 ②

두 사건 A, B가 서로 독립이면 두 사건 A, B^C도 서로 독립이다. 따라서

$$P(A \cap B^C) = P(A) \cdot P(B^C) = \frac{1}{4} \quad \cdots\cdots ①$$

$$P(A \cup B^C) = P(A) + P(B^C) - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B^C) = 1 \quad \cdots\cdots ②$$

①, ②를 연립해서 풀면

$$P(A) = \frac{1}{2},\ P(B^C) = \frac{1}{2},\ P(B) = \frac{1}{2}$$

이 되고, $P(A \cup B)$의 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

16 ①

V_A의 값을 구하기 위해 주어진 관계식

$$F = \log_2(11V+1) - \log_2(\sigma+4) + 2$$

에 $F = F_A = 8$, $V = V_A$, $\sigma = \sigma_A = \dfrac{V_A}{8}$를 대입해서 풀면 다음과 같다.

$$8 = \log_2(11V_A+1) - \log_2\left(\frac{V_A}{8}+4\right) + 2$$

$$\log_2\left(\frac{V_A}{8}+4\right) + 6 = \log_2(11V_A+1)$$

$$\log_2(8V_A+256) = \log_2(11V_A+1)$$

$$8V_A + 256 = 11V_A + 1$$

$$\therefore V_A = 85$$

17 ⑤

수열 $\left\{a_n - \dfrac{3^n+1}{3^n-1}\right\}$의 무한급수 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n - \frac{3^n+1}{3^n-1}\right)$가 수렴하므로 이 수열의 극한은 0이다.

$$\lim_{n\to\infty}\left(a_n - \frac{3^n+1}{3^n-1}\right) = 0$$

또한 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{3^n+1}{3^n-1} = 1$이므로 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 1$이다. 따라서

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+5}{a_n+1}=\frac{6}{2}=3$$

18 ④

ㄱ. $A^2B+AB^2=A(AB+B^2)=O$

로부터 행렬 A가 영행렬 또는 영인자일 수 있으므로 A^{-1}이 존재하지 않을 수도 있다. (거짓)

ㄴ. $A^2B+AB^2=O \Rightarrow A^2B=-AB^2$

에 의해 A^3B를 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$A^3B=A(A^2B)=A(-AB^2)=-A^2B^2$$
$$=-(A^2B)B=-(-AB^2)B=AB^3$$
$$\therefore A^3B=AB^3 \text{ (참)}$$

ㄷ. $A(A^3+B^3)=E$에 의해 A^{-1}이 존재하고

$$A^2B+AB^2=O \Rightarrow A(A+B)B=O$$

의 양변 왼쪽에 A^{-1}을 곱하면 다음이 성립한다.

$$(A+B)B=O \qquad \cdots\cdots\cdots ①$$

또한 ㄴ으로부터 $A^3B=AB^3$이므로

$$A(A^3+B^3)=A^4+AB^3=A^4+A^3B$$
$$=A^3(A+B)=E$$

가 성립하고, $(A+B)^{-1}$이 존재한다.

따라서 ①의 양변 왼쪽에 $(A+B)^{-1}$을 곱하면 $B=O$이므로

$$A(A^3+B^3)=A^4=E \text{ (참)}$$

19 ⑤

$x,\ y,\ z$의 값이 0 또는 자연수이므로

$$50<(x+y+z)^2<100$$
$$\sqrt{50}<x+y+z<10$$
$$x+y+z=8 \text{ 또는 } x+y+z=9$$

가 성립한다.

여기서 $x+y+z=8$을 만족하는 순서쌍 (x,y,z)의 개수는

$${}_3H_8={}_{10}C_8={}_{10}C_2=45$$

이고, $x+y+z=9$를 만족하는 순서쌍 (x,y,z)의 개수는

$${}_3H_9={}_{11}C_9={}_{11}C_2=55$$

이므로 모든 순서쌍 (x,y,z)의 개수는

$$45+55=100$$

20 ②

확률변수 X의 확률밀도함수를 $f(x)$라 하면

$$P(x\le X\le x+1)=\int_x^{x+1}f(x)\,dx=k(x+1)$$

(단, $0\le x\le 2$)

이 성립한다.

이때, 확률밀도함수의 성질에 따라 $\int_0^3 f(x)\,dx=1$이므로

$$\int_0^3 f(x)\,dx$$
$$=\int_0^1 f(x)\,dx+\int_1^2 f(x)\,dx+\int_2^3 f(x)\,dx$$
$$=P(0\le X\le 1)+P(1\le X\le 2)+P(2\le X\le 3)$$
$$=k+2k+3k=6k=1$$
$$\therefore k=\frac{1}{6}$$

이다.

따라서

$$P\left(\frac{1}{2}\le X\le\frac{5}{2}\right)$$
$$=\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{5}{2}}f(x)\,dx=\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}f(x)\,dx+\int_{\frac{3}{2}}^{\frac{5}{2}}f(x)\,dx$$
$$=P\left(\frac{1}{2}\le X\le\frac{3}{2}\right)+P\left(\frac{3}{2}\le X\le\frac{5}{2}\right)$$
$$=\frac{3}{2}k+\frac{5}{2}k=4k$$
$$=\frac{2}{3}$$

21 ①

두 점 $\left(1,\sqrt{f(1)}\right)=(1,0)$, $\left(t,\sqrt{f(t)}\right)$ 사이의 거리가 $g(t)$이므로

$$g(t)=\sqrt{(t-1)^2+f(t)}$$
$$=\sqrt{(t^2-2t+1)+(t^6-2t^3-t^2+2t)}$$
$$=\sqrt{(t^3-1)^2}=|t^3-1|$$

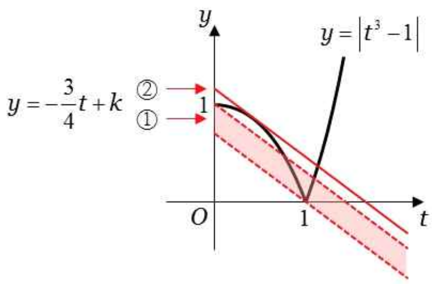
이고, 이를 방정식 $g(t)+\frac{3}{4}t=k$에 대입해서 정리하면

$$|t^3-1|+\frac{3}{4}t=k$$
$$|t^3-1|=-\frac{3}{4}t+k \text{ (단, } t\ge 0)$$

가 된다.

그리고 방정식 $g(t)+\frac{3}{4}t=k$가 서로 다른 2개의 실근을 가지므로 두 함수 $y=|t^3-1|$, $y=-\frac{3}{4}t+k$의 그래프는 서로 다른 두 점에서 만난다.

이때의 k값을 구하기 위해 함수 $y=t^3-1$의 그래프에서 t축 아랫부분만 t축에 대해 대칭이동해서 함수 $y=|t^3-1|$의 그래프를 그리고, 함수 $y=-\frac{3}{4}t+k$에서 k값을 변화시키면서 두 그래프의 교점 개수가 2일 때를 조사하면 다음과 같다. (단, $t\ge 0$)



여기서 k의 최댓값은 직선 $y=-\frac{3}{4}t+k$가 곡선 $y=-t^3+1$의 접선일 때(위 그림에서 ②의 경우) 나타난다. 이때의 k값을 구하기 위해 곡선 $y=-t^3+1$의 접선 가운데 기울기가 $-\frac{3}{4}$인 것을 구해보자.

곡선의 도함수 $y'=-3t^2$으로부터 얻은 방정식 $-3t^2=-\frac{3}{4}$을 풀면 해가 $t=\frac{1}{2}$이므로 접점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2},\ \frac{7}{8}\right)$이다. 따라서 접선의 방정식은

$$y-\frac{7}{8}=-\frac{3}{4}\left(t-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow y=-\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$$

이고, k의 최댓값은 $\frac{5}{4}$가 된다.

22 9

주어진 극한이 $\frac{(\text{다항식})}{(\text{다항식})}$의 꼴이므로 대입으로 계산한다.

$$\lim_{x\to 1}\frac{8x+1}{x}=\frac{9}{1}=9$$

23 11

주어진 등식 $\int f(x)\,dx=ax^2+bx+C$의 양변을 x에 대해 미분하면

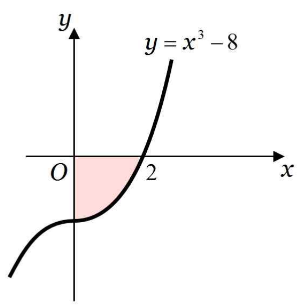
$$f(x)=2ax+b$$

가 되고, 주어진 함수식 $f(x)=10x+6$과 비교하면

$$a=5,\ \ b=6$$

이다. 따라서 $a+b=11$

24 12



좌표평면에 곡선 $y=x^3-8$과 넓이를 구하려는 도형을 나타내면 위 그림과 같다. 따라서 도형의 넓이는

$$\int_0^2(-x^3+8)\,dx=\left[-\frac{1}{4}x^4+8x\right]_0^2=12$$

25 18

$$E(aX)=aE(X)=a\times 8\times\frac{1}{4}=36$$

$$\therefore a=18$$

26 16

주어진 연립방정식을 일반적인 다항식 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} x-5 & y \\ y-b & x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ a \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x+5 \\ 2x+3y \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}(x-5)\times 2+y\times a=x+5 \\ (y-b)\times 2+x\times a=2x+3y\end{cases}$$

$$\begin{cases}x+ay=15 \\ (a-2)x-y=2b\end{cases}$$

그리고 주어진 연립방정식이 무수히 많은 해를 가지려면 두 방정식이 일치해야 하므로 다음이 성립한다.

$$\frac{1}{a-2}=\frac{a}{-1}=\frac{15}{2b}$$

$$\frac{1}{a-2}=\frac{a}{-1} \Rightarrow a^2-2a+1=0 \Rightarrow a=1$$

$$\frac{a}{-1}=\frac{15}{2b} \Rightarrow 2ab=-15 \Rightarrow 2b=-\frac{15}{a}=-15$$

$$\therefore a-2b=1-(-15)=16$$

27 53

주어진 함수 $f(x)$는 구간 $(-\infty,\,1]$에서 다항식으로 표현되므로 연속이고, 구간 $(1,\,\infty)$에서 $\frac{(\text{연속함수})}{(\text{연속함수})}$로 표현되면서 $(\text{분모})\neq 0$을 만족하므로 연속이다. 따라서 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이려면 $x=1$에서 연속이면 된다.

그리고 함수 $f(x)$의 $x=1$에서의 함숫값, 좌극한을 차례로 계산하면

$$f(1)=[3x-1]_{x=1}=2$$

$$\lim_{x\to 1-0}f(x)=\lim_{x\to 1-0}(3x-1)=2$$

이므로 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 연속이기 위해서는 다음과 같이 우극한도 2이면 된다.

$$\lim_{x\to 1+0}f(x)=\lim_{x\to 1+0}\frac{\sqrt{2x+a}-b}{x-1}=2$$

이때, $\lim_{x\to 1+0}\frac{\sqrt{2x+a}-b}{x-1}=2$가 수렴하고, $(\text{분모})\to 0$이므로 $(\text{분자})\to 0$이다. 따라서

$$\lim_{x\to1+0}(\sqrt{2x+a}-b)=\sqrt{2+a}-b=0$$
$$b=\sqrt{2+a}$$

이를 다시 $\lim_{x\to1+0}\frac{\sqrt{2x+a}-b}{x-1}=2$에 대입하고, 분자를 유리화해서 계산하면 다음과 같다.

$$\lim_{x\to1+0}\frac{\sqrt{2x+a}-\sqrt{2+a}}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to1+0}\frac{(2x+a)-(2+a)}{(x-1)(\sqrt{2x+a}+\sqrt{2+a})}$$
$$=\lim_{x\to1+0}\frac{2(x-1)}{(x-1)(\sqrt{2x+a}+\sqrt{2+a})}$$
$$=\lim_{x\to1+0}\frac{2}{(\sqrt{2x+a}+\sqrt{2+a})}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2+a}}=2$$
$$2+a=\frac{1}{4}\Rightarrow a=-\frac{7}{4}$$
$$b=\sqrt{2-\frac{7}{4}}=\frac{1}{2}$$
$$\therefore 16(a^2+b^2)=16\left(\frac{49}{16}+\frac{1}{4}\right)=53$$

28 14

수열 $\{a_n\}$의 일반항이 $a_n=f(n)-f(n+1)$의 꼴이므로 S_n을 구하려면 n에 1부터 $n-1$까지의 자연수를 대입해서 더한다.

$$a_1=\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}$$
$$a_2=\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}$$
$$\vdots$$
$$+)\ a_n=\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(n+1)^2}$$
$$S_n=1-\frac{1}{(n+1)^2}=\frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$$

따라서

$$S_1\times S_2\times\cdots\times S_k$$
$$=\frac{1\times3}{2^2}\times\frac{2\times4}{3^2}\times\frac{3\times5}{4^2}\times\cdots\times\frac{(k-1)\times(k+1)}{k^2}\times\frac{k(k+2)}{(k+1)^2}$$
$$=\frac{k+2}{2(k+1)}=\frac{8}{15}$$
$$15k+30=16k+16$$
$$\therefore k=14$$

29 13

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-5}{x-1}=2$가 수렴하고 (분모)$\to0$이므로 (분자)$\to0$이다. 따라서

$$\lim_{x\to1}\{f(x)-5\}=f(1)-5=0$$
$$f(1)=5$$

또한 미분계수의 정의에 따라

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-5}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(5)}{x-1}=f'(5)=2$$

이므로 함수 $f(x)$의 점 $(1,f(1))=(1,5)$에서의 접선 방정식은 다음과 같다.

$$y-5=2(x-1)$$
$$y=2x+3$$
$$\therefore m^2+n^2=4+9=13$$

30 299

세 점 $A(t,2^t)$, $B(t,0)$, $C(t,-t)$로부터

$$f(t)=\overline{AB}=2^t$$
$$g(t)=\overline{AC}=|2^t-(-t)|=|2^t+t|$$

이므로 부등식 $f(a)-f(b)\le g(n)$ (n은 자연수)은 다음과 같이 변형된다.

$$2^a-2^b\le 2^n+n\ (a,\ b\text{는 자연수},\ a>b)$$

따라서 a_n은 위 조건을 만족하는 순서쌍 (a,b)의 개수다.

다음으로 $\sum_{n=1}^{12}a_n$의 값을 구하기 위해 a_1, a_2, a_3, $\cdots$ 의 값을 차례로 조사해보자. ($a>b\ge1$이므로 a의 값은 2부터 시작)

i) $n=1$일 때 $2^a-2^b\le3$

$a=2$이면 $1\le2^b$이므로 $b=1$

$a\ge3$이면 2^a-2^b의 최솟값이 4이므로 b값 없음

$\therefore a_1=1$

ii) $n=2$일 때 $2^a-2^b\le6$

$a=2$이면 $-2\le2^b$이므로 $b=1$

$a=3$이면 $2\le2^b$이므로 $b=1,\ 2$

$a\ge4$이면 2^a-2^b의 최솟값이 8이므로 b값 없음

$\therefore a_2=1+2=3$

iii) $n=3$일 때 $2^a-2^b\le10$

$a=2$이면 $-6\le2^b$이므로 $b=1$

$a=3$이면 $-2\le2^b$이므로 $b=1,\ 2$

$a=4$이면 $6\le2^b$이므로 $b=3$

$a\ge5$이면 2^a-2^b의 최솟값이 16이므로 b값 없음

$\therefore a_3=1+2+1=4$

iv) $n=4$일 때 $2^a-2^b\le20$

$a=2$이면 $-16\le2^b$이므로 $b=1$

$a=3$이면 $-12 \le 2^b$이므로 $b=1,\ 2$

$a=4$이면 $-4 \le 2^b$이므로 $b=1,\ 2,\ 3$

$a=5$이면 $12 \le 2^b$이므로 $b=4$

$a \ge 6$이면 2^a-2^b의 최솟값이 32이므로 b값 없음

$\therefore a_4=1+2+3+1=7$

v) $n=5$일 때 $2^a-2^b \le 37$

$a=2$이면 $-33 \le 2^b$이므로 $b=1$

$a=3$이면 $-29 \le 2^b$이므로 $b=1,\ 2$

$a=4$이면 $-21 \le 2^b$이므로 $b=1,\ 2,\ 3$

$a=5$이면 $-5 \le 2^b$이므로 $b=1,\ 2,\ 3,\ 4$

$a=6$이면 $27 \le 2^b$이므로 $b=5$

$a \ge 7$이면 2^a-2^b의 최솟값이 64이므로 b값 없음

$\therefore a_5=1+2+3+4+1=11$

위 결과로부터 $n=1,\ 2$일 때를 제외하면

$$a_n=1+2+3+\cdots+(n-1)+1=\frac{(n-1)n}{2}+1$$
$$=\frac{n^2-n+2}{2}$$

가 성립함을 알 수 있다. 따라서

$$\sum_{n=1}^{12} a_n = a_1+a_2+\left(a_3+\cdots+a_{12}\right)$$
$$=1+3+\sum_{n=3}^{12}\frac{n^2-n+2}{2}$$
$$=4+\left\{\left(\sum_{n=1}^{12}\frac{n^2-n+2}{2}\right)-1-2\right\}$$
$$=4+\frac{1}{2}\left(\sum_{n=1}^{12}n^2-\sum_{n=1}^{12}n+24\right)-3$$
$$=13+\frac{1}{2}\left(\frac{12\times13\times25}{6}-\frac{12\times13}{2}\right)$$
$$=299$$