

수학 영역

출수형

성명		수험 번호																	
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

이 불꽃이 저 태양보다 뜨거울 테니

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (출수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

5지선다형

1. $\left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = 2x^2 + 3$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{\sqrt{x} - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. $\cos\left(\frac{1}{2}\pi + \theta\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 이고 $\cos\theta > 0$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 7x - 2a & (x \leq a) \\ ax + 4 & (x > a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$7a_1 = a_5, a_2 + a_3 + a_4 = 24$$

일 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_2^x f(t)dt = x^2 - ax + 2$$

를 만족시킬 때, $f(a)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

7. 공비가 $\frac{1}{4}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^5 (-\sqrt{a_k} + 2\sqrt{a_{k+2}}) = -\frac{31}{16}$$

을 만족시킬 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가 $x=3$ 에서 접한다. $f'(2)=0$ 일 때, $\int_0^3 f^{-1}(x)dx$ 의 값은? [3점]
- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

9. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$x^{n+1} - 64^{\frac{1}{n}} = 0$$

의 실근 중 양수인 것을 a_n 이라 하자. $a_1 \times \dots \times a_n$ 이 정수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

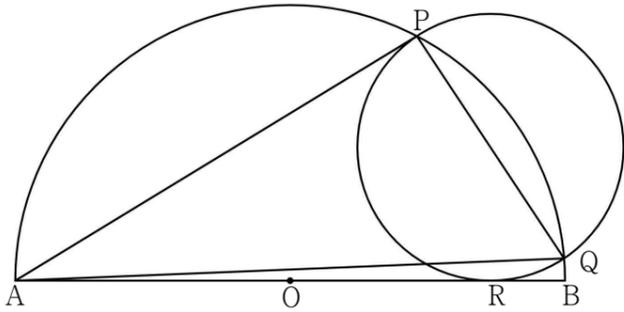
10. 함수 $f(x)=2x^3-6x^2-18x$ 와 사차함수 $g(x)$ 에 대하여 함수

$$h(x) = |f(x) - g'(t)(x-t) - g(t)|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 t 의 값이 3, 6뿐이고 $g(4)=-90$ 일 때, $g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① -110 ② -112 ③ -114 ④ -116 ⑤ -118

11. 그림과 같이 중심이 O 이고 선분 AB 를 지름으로 하는 반원이 있다. 반원 위의 두 점 P, Q 에 대해 선분 PQ 를 지름으로 하는 원이 선분 AB 와 점 R 에서 접한다. $\overline{AP} = 3\sqrt{15}$, $\overline{OR} = \sqrt{34}$, $\sin \angle PAQ = \frac{\sqrt{15}}{8}$ 일 때, \overline{AQ} 의 값은? [4점]



- ① $\sqrt{15}$ ② $2\sqrt{15}$ ③ $3\sqrt{15}$ ④ $4\sqrt{15}$ ⑤ $5\sqrt{15}$

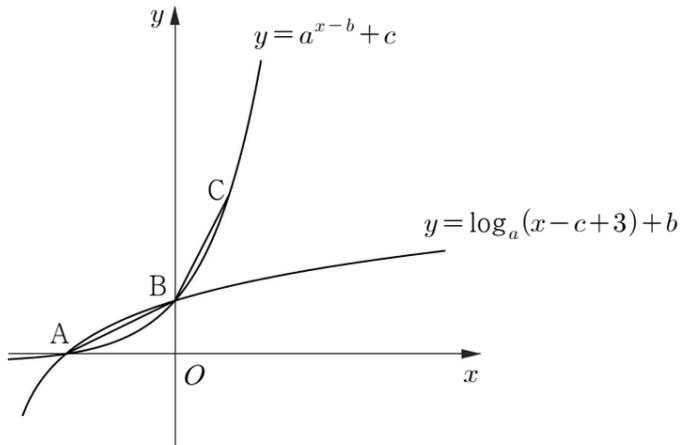
12. 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) = |f(x)+1| + |f(x)-1|$ 이다.
- (나) $f(-1) = -1$, $g(1) = 2$
- (다) 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 오직 $x=a$ 에서 불연속이다.

방정식 $f(x) = \frac{2\sqrt{15}}{9}x$ 이 서로 다른 3개의 실근을 가질 때, $f(a) \times g(a)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{15}}{9}$ ② $\frac{2\sqrt{15}}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{15}}{3}$ ④ $\frac{4\sqrt{15}}{9}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{15}}{9}$

13. 그림과 같이 두 곡선 $y = a^{x-b} + c$ 와 $y = \log_a(x-c+3) + b$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 곡선 $y = a^{x-b} + c$ 위의 점 C(1,3)에 대하여 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고 두 직선 AB와 BC의 기울기의 곱이 1일 때, a 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]



- ① $1 + \sqrt{2}$ ② $1 + \sqrt{3}$ ③ $2 + \sqrt{2}$
- ④ $2 + \sqrt{3}$ ⑤ $2 + \sqrt{5}$

14. 최고차항의 계수가 a 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} |x+a| & (x \geq 0) \\ f(x) & (x < 0) \end{cases}$$

라 하자. 함수

$$h(x) = \left| \int_0^x g(t)dt - k \right|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 k 의 값이 18뿐일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a < 0$

ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 세 점에서 만난다.

ㄷ. 함수 $\int_0^x g(t)dt$ 가 $x = -3$ 에서 극대일 때, $f'(0) \leq -7$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 정수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 수열 $\{c_n\}$ 이

$$c_n = a_n b_n$$

이고 수열 $\{c_n\}$ 과 자연수 r 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $c_n = -9$ 인 자연수 n 의 개수는 2이고, $c_n > -9$ 인 자연수 n 의 개수는 3이다.

(나) $c_{r+5} = r$

$a_1 > b_1$ 일 때, a_1 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

단답형

16. $\log_3 108 - 2\log_3 2$ 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 10x^4 + 6x^2$ 이고 $f(-1) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

18. 수직선 위를 움직이는 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 6t^2 + 12t - 48$$

이다. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때부터 움직이는 방향이 바뀔 때까지 움직인 거리를 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식

$f(x^k + k) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(k)$ 라 하자.

$\sum_{k=1}^6 \log_2 g(k) = 4 + \log_2 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x < 2$ 에서 $|f(x)| = |3x(x-2)|$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $2|f(x)| = |f(x+2)|$ 이다.

$\int_0^{10} f(x) dx = 108$ 일 때, $\int_3^5 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 양의 상수 a, b ($0 < b \leq \frac{3}{2}$)에 대하여 닫힌구간 $[0, 12]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right), \quad g(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{3}(x-b)\right)$$

가 있다. 실수 t 에 대하여 두 집합

$$A = \{x \mid f(x) = t\}, \quad B = \{x \mid g(x) = t\}$$

라 하자. $n(A \cup B) = h(t)$ 일 때, $h(2) + h(c) = 11$ 이다. c^2 의 값이 α 또는 β ($\alpha < \beta$)일 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \lim_{t \rightarrow x} \frac{f(t) - f(x)}{(t-x)(t-2x+a)}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq 0$ 이다.

(나) $\{x \mid f(x) + g(x) = 5\} = \{g(a), g(a+1), g(a+k)\}$
(단, $k > 1$ 이다.)

상수 k 에 대하여 $|f(3k^2)|$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{e^{x-4} - 1}{\sqrt{x} - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 곡선 $y = x^3 + 6\ln x$ 의 변곡점에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\pi k}{2n} + 1 \right) \cos \left(\frac{\pi k}{2n} \right)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

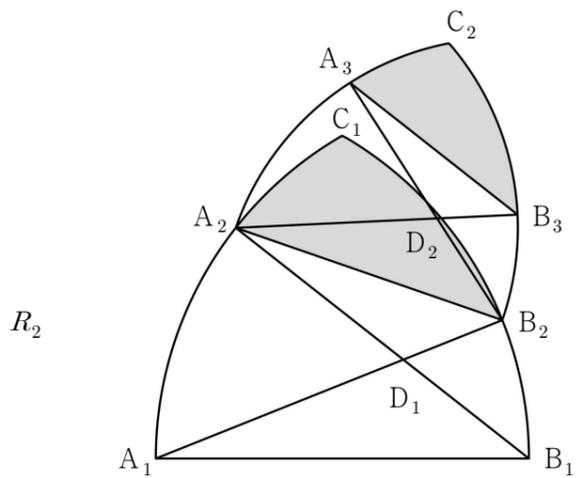
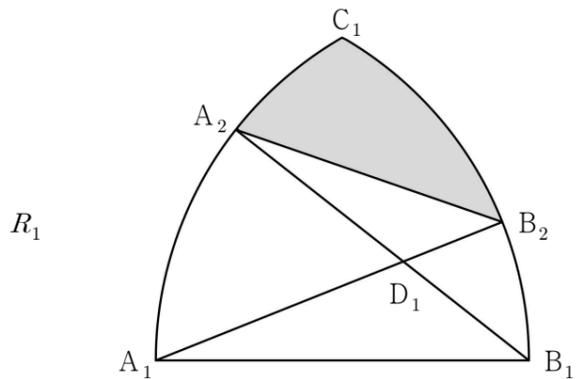
26. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 $t (t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 2t + \cos t, \quad y = \sin t$$

이다. 점 P의 속력의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

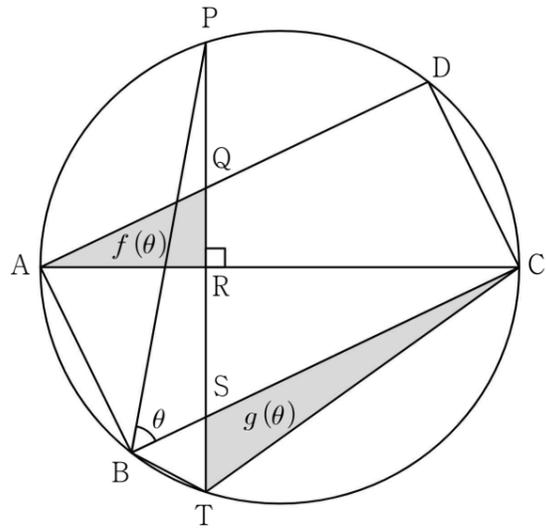
27. 그림과 같이 길이가 7인 선분 A_1B_1 을 반지름으로 하고 중심이 각각 A_1, B_1 인 두 원이 만나는 점 중 한 점을 C_1 이라 하자. 호 A_1C_1 위의 점 A_2 , 호 B_1C_1 위의 점 B_2 에 대하여 두 선분 A_1B_2, A_2B_1 이 만나는 점을 D_1 이라 하자. $\overline{A_1D_1}=5, \overline{D_1B_1}=3$ 일 때, 선분 A_2B_2 와 두 호 A_2C_1, C_1B_2 로 둘러싸인 \frown 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 $\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2} : \overline{D_2B_2}=7:5:3$ 이 되도록 점 D_2 를 잡자. 그림 R_1 를 얻은 것과 같은 방법으로 세 점 A_3, B_3, C_2 를 잡고 두 호 A_2C_2, B_2C_2 를 그린 후 \frown 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{35}{6} \left(\frac{7}{3}\pi - 2\sqrt{3} \right)$ ② $\frac{35}{6} \left(\frac{7}{3}\pi - 3\sqrt{3} \right)$ ③ $\frac{49}{6} \left(\frac{7}{3}\pi - \sqrt{3} \right)$
 ④ $\frac{49}{6} \left(\frac{7}{3}\pi - 2\sqrt{3} \right)$ ⑤ $\frac{49}{6} \left(\frac{7}{3}\pi - 3\sqrt{3} \right)$

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 직사각형 ABCD가 있다. 호 AD 위의 점 P를 지나고 선분 AC에 수직인 직선과 세 선분 AD, AC, BC, 원이 만나는 점을 각각 Q, R, S, T라 하자. $\overline{TB} : \overline{BP}=1:5$ 이고 $\angle CBP = \theta$ 일 때, 삼각형 QAR의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 CST의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{g(\theta)}{\theta^4 \times f(\theta)} = k$ 일 때, k 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

단답형

29. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$, $g(x) < 0$ 이다.

(나) $f(0) + g(0) = 0$, $f(3) = e^{27}$, $g(3) = -\frac{1}{2}$

(다) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \int_0^x g(t)dt - g(x) \int_0^x f(t)dt = 3x^2 \left(\int_0^x f(t)dt \right) \left(\int_0^x g(t)dt \right)$ 이다.

$\int_0^3 f(t)dt = k$ 일 때, $\ln k = a - \ln b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오.

(단, a 와 b 는 자연수이다.) [4점]

30. 함수 $f(x) = |2x^2 - 3x - 5|e^x - k|x+1|$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $|f(x)|$ 가 세 점에서 미분가능하지 않도록 하는 0이 아닌 실수 k 의 집합은 $\{k \mid k = c_1, k \geq c_2\}$ 이다. (단, $c_1 < c_2$)

$c_1 \times c_2 = pe^q$ 일 때, $2(p+q)$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.