

약점 공략 프로젝트

공예

:물리1, 당신의 역학 약점을 맞춰드립니다

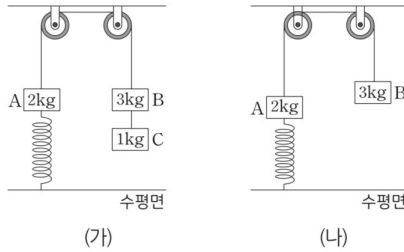
오르비 배포용-용수철 탄성력과 합력



〈용수철 탄성력과 물체에 가해지는 합력〉

우선 대표적인 문제를 하나 보면서 가자.

그림 (가)와 같이 질량이 각각 2kg, 3kg, 1kg인 물체 A, B, C가 용수철 상수가 200N/m인 용수철과 실에 연결되어 정지해 있다. 수평면에 연직으로 연결된 용수철은 원래 길이에서 0.1m만큼 늘어나 있다. 그림 (나)는 (가)의 C에 연결된 실이 끊어진 후, A가 연직선상에서 운동하여 용수철이 원래 길이에서 0.05m만큼 늘어난 순간의 모습을 나타낸 것이다.



(나)에서 A의 운동 에너지는 용수철에 저장된 탄성 퍼텐셜 에너지의 몇 배인가? (단, 중력 가속도는 10m/s^2 이고, 실과 용수철의 질량, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.)

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

문제에서 우리에게 요구하고 있는 바는 간단하다.

- ① A의 운동에너지
- ② 탄성퍼텐셜 에너지

탄성퍼텐셜 에너지를 구하는 것은 크게 문제가 되지 않는다.

문제에 나온대로 0.05m 만큼 용수철이 늘어나 있기 때문에 탄성퍼텐셜 에너지를 구하는 공식에 의하여

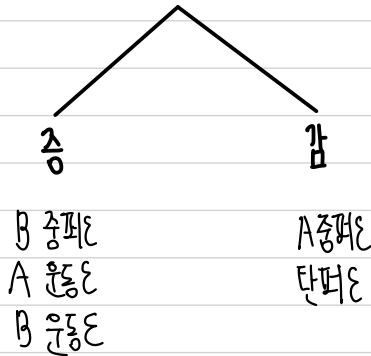
$$\frac{1}{2} \times 200 \times (0.05)^2 = 0.25 \text{ j 임을 알 수 있다.}$$

자, 그렇다면 A의 운동에너지는 어떻게 구할 수 있을까?

두가지 방식이 있다.

① 역학적으로 보존 이용

실이 끊긴 순간부터 (4)의 순간이 되기까지 역학적으로 보존된다는 것을 알 수 있을 것이다.
(A와 B를 한 물체로 묶어서 보면 가해지는 힘은 중력과 탄성력 뿐이다.)
따라서 증가하는 에너지와 감소하는 에너지의 양이 같아야 한다.



구할 수 있는 값들을 우선 구해보자.

$$\triangle B \text{ 중퍼텐} = 3 \times 10 \times 0.05 = 1.5 \text{ j}$$

$$\triangle A \text{ 중퍼텐} = 2 \times 10 \times 0.05 = 1 \text{ j}$$

$$\triangle \text{탄퍼텐} = \frac{1}{2} \times 200 \times (1 - 0.05)^2 = 0.75 \text{ j}$$

이제 식을 세워보면

$$1.5 \text{ j} + A \& B \text{ 운동에너지} = 1 \text{ j} + 0.75 \text{ j}$$

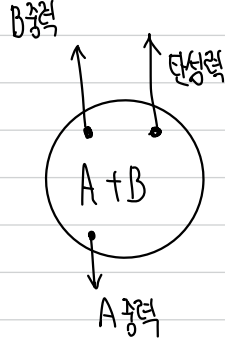
$$\therefore A \& B \text{ 운동에너지} = 0.25 \text{ j}$$

A와 B의 질량비가 2:3 이므로 A의 운동에너지는 0.1j이다.

② 물체에 가해지는 합력에 해준 일 = 물체의 운동 에너지 변화량

A와 B를 한 물체로 생각해보자.

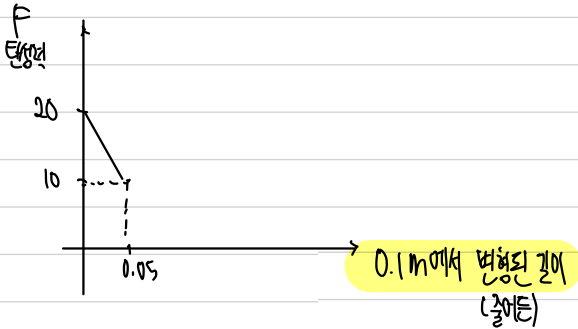
이 물체가 받고 있는 힘을 표시해보자.



이 물체가 받고 있는 합력을 구하려면 이 세가지 힘을 더해주면 되는데
무엇이 **탄성력**의 크기가 변한다는 것이다.

근데 여기서 우리는 탄성력의 크기가 어떠한 양상으로 변하는지 생각해볼 필요가 있다.

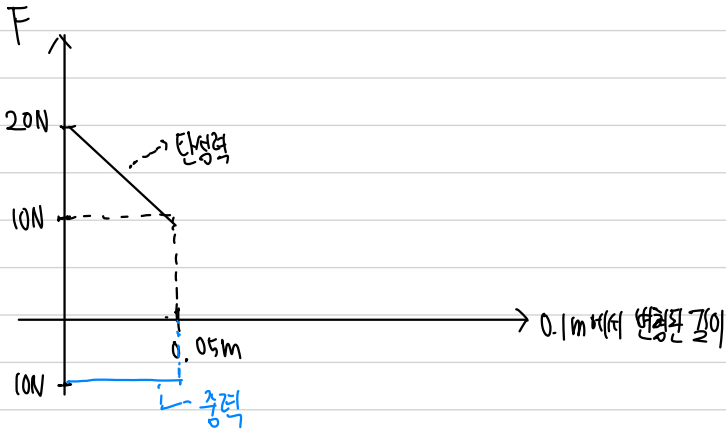
탄성력은 늘어날 길이에 비례한다. 따라서 이를 그래프로 그리면
다음과 같은 **일차함수** 형태의 그래프가 나온다.



이번엔 이 그래프에 B와 A의 중력으로 표시해주자.

B와 A의 중력을 합쳐주면 그 크기는 10N이고 방향은 탄성력과 반대 방향이 된다.

또한 중력은 탄성력과 달리 그 크기와 방향이 일정하다.
따라서 이를 그래프에 나타내면 "상수함수" 형태가 나온다.



이 두 그래프를 합쳐주면 '합력' 그래프가 된다.

이는 수학적으로 생각해보면 '일차함수 + 상수함수'가 되므로

합력 그래프는 '일차함수 + 상수함수' 즉, '일차함수'의 모양을 띠게 될 것이다.

.

,

.

근데 그게 뭐가 그렇게 중요한데?

(뒷장에 계속...)

잠시 등속도 운동을 배울 때를 떠올려보자.

등속도 운동을 v-t 그래프에 표현해보면 '일차함수' 형태로 나타내어진다.

그런데 이 점이 등속도 운동의 '평균속도'를 구하는 것을 아주 빠르게 해준다.

$$\text{“ 등속도 운동에서 평균속도 = } \frac{\text{처음 } v + \text{나중 } v}{2} \text{”}$$

다시 합력 그래프로 돌아와보자,
앞서 말했듯 합력 그래프는 '일차함수' 형태이다.

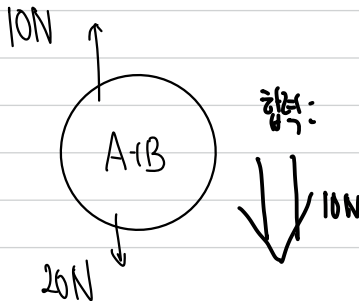
따라서 우리가 구할 수 있는 것은 '평균 합력'이고
'평균합력'에 이등한 거리를 곱해주면 '물체의 운동 변화량'까지 알 수 있다.

그런데 이 평균합력을 구하는 방법은 일차함수의 특징에 의하여 (등속도 운동과 동일)

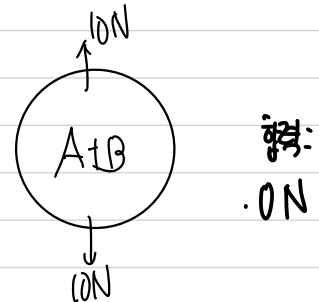
$$\frac{\text{“ 처음합력 + 나중합력 ”}}{2} \text{ 이라는 것을 알 수 있다.}$$

그러면 이제 앞의 문제에 이를 적용해보고 마무리 하도록 하자.

< 처음 합력 >



< 나중 합력 >



$$\therefore \text{평균합력} = \frac{10 + 0}{2} = 5\text{N}$$

$$\text{평균합력} \times \text{이동거리} = 5\text{N} \times 0.05\text{m} = 0.25\text{J} = \Delta A\text{-B의 운동E}$$

앞의 ①번 방식으로 구한 것과 값이 같다는 것을 알 수 있다.

자, 정리하곤 넘어가자.

① 탄성력이 관여하는 물체의 합력그래프는 '알차할수 형태'이다.

② ①에 의하여 '평균합력'을 구해줄 수 있다.

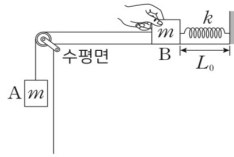
$$\rightarrow \text{평균합력} = \frac{\text{최음합력} + \text{최종합력}}{2}$$

이제 이를 적용할 수 있는 문항들을 살펴보자.

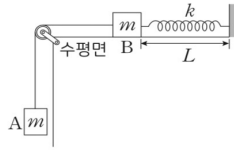
〈적용 문제〉

1.

그림 (가)는 물체 A와 실로 연결된 물체 B를 원래 길이가 L_0 인 용수철과 수평면 위에서 연결하여 잡고 있는 모습을, (나)는 (가)에서 B를 가만히 놓은 후, 용수철의 길이가 L 까지 늘어나 A의 속력이 0인 순간의 모습을 나타낸 것이다. A, B의 질량은 각각 m 이고, 용수철 상수는 k 이다.



(가)



(나)

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, 중력 가속도는 g 이고, 실과 용수철의 질량 및 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.) **3점**

보기

ㄱ. $L - L_0 = \frac{2mg}{k}$ 이다.

ㄴ. 용수철의 길이가 L 일 때, A에 작용하는 알짜힘은 0이다.

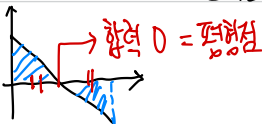
ㄷ. B의 최대 속력은 $\sqrt{\frac{m}{k}}g$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

#코멘트

처음 속도=0 & 나중에 속도=0 이라는 조건이 보인다.

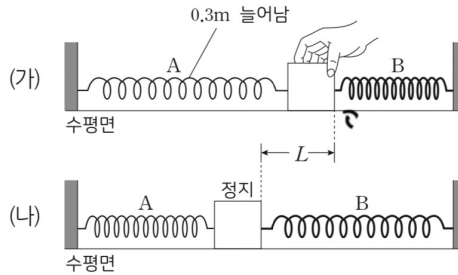
즉, 운동에너지 0이면 뒤의 이를 알짜힘이 0이므로 판하면 다음과 같다.



답: 1번

2.

그림 (가)와 같이 수평면에서 용수철 A, B가 양쪽에 수평으로 연결되어 있는 물체를 손으로 잡아 정지시켰다. A, B의 용수철 상수는 각각 100N/m , 200N/m 이고, A의 늘어난 길이는 0.3m 이며, B의 탄성 퍼텐셜 에너지는 0 이다. 그림 (나)와 같이 (가)에서 손을 가만히 놓았더니 물체가 직선 운동을 하다가 처음으로 정지한 순간 B의 늘어난 길이는 L 이다.



L 은? (단, 물체의 크기, 용수철의 질량, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.) **3점**

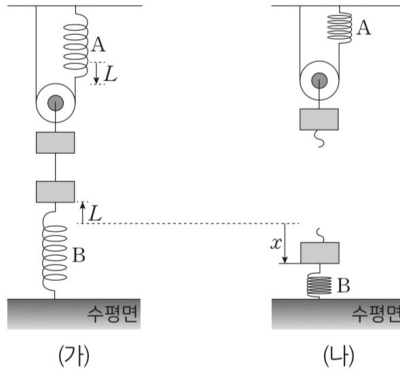
- ① 0.05m ② 0.1m ③ 0.15m ④ 0.2m ⑤ 0.3m

#코멘트

두개의 용수철이 나왔다. 즉 2개의 일차함 그래프를 합쳐줘야한다.
중요한 것은 비차피 '일차함수+일차함수'도 '일차함수'라는 것이다.

3.

그림 (가)는 질량이 같은 두 물체가 실로 연결되어 용수철 A, B와 도르래를 이용해 정지해 있는 것을 나타낸 것이다. A, B는 각각 원래의 길이에서 L 만큼 늘어나 있다. 그림 (나)는 두 물체를 연결한 실이 끊어져 B가 원래의 길이에서 x 만큼 최대로 압축되어 물체가 정지한 순간의 모습을 나타낸 것이다. A, B의 용수철 상수는 같다.



x 는? (단, 실의 질량, 용수철의 질량, 도르래의 질량 및 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.) **3점**

- ① L ② $\frac{3}{2}L$ ③ $2L$ ④ $\frac{5}{2}L$ ⑤ $3L$

코멘트

평형점을 중심으로 대칭이라는 것을 일차원 스프링 그래프 그려보면 밝혀보자.