제 2 교시

# 수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 60$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \to 1} f(x) = 4 - f(1)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

**5.** 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=(x^3+1)f(x)$$

라 하자. $f(1)=2$, $f'(1)=3$일 때, $g'(1)$의 값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$3\times 2+2\times 3$

**6.** $\cos\theta<0$이고 $\sin(-\theta)=\frac{1}{7}\cos\theta$일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

$-\tan\theta=\frac{1}{7} \rightarrow \tan\theta=-\frac{1}{7}$

$\frac{1}{\sqrt{50}}=\frac{1}{5\sqrt{2}}$

**7.** 상수 $a\,(a>2)$에 대하여 함수 $y=\log_2(x-a)$의 그래프의 점근선이 두 곡선 $y=\log_2\frac{x}{4}$, $y=\log_{\frac{1}{2}}x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=4$일 때, $a$의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$(\log_2 a-2)-(-\log_2 a)=2\log_2 a-2=4$

**8.** 두 곡선 $y=2x^2-1$, $y=x^3-x^2+k$가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 $k$의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$x^3-3x^2+1=-k$

↓

극소 : $8-12+1=-3$

**9.** 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)a_k}=n^2+2n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10}a_n$의 값은? [4점]

① $\frac{10}{21}$　② $\frac{4}{7}$　③ $\frac{2}{3}$　④ $\frac{16}{21}$　⑤ $\frac{6}{7}$

$\frac{1}{(2n-1)a_n}=2n+1$

$\therefore a_n=\frac{1}{(2n+1)(2n-1)}$

$\therefore \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{21}\right)$

**10.** 양수 $k$에 대하여 함수 $f(x)$는

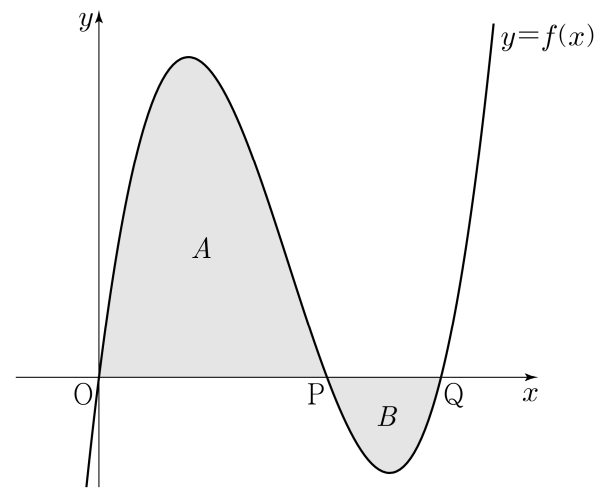
$$f(x)=kx(x-2)(x-3)$$

이다. 곡선 $y=f(x)$와 $x$축이 원점 O와 두 점 P, Q ($\overline{\mathrm{OP}}<\overline{\mathrm{OQ}}$)에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$와 선분 OP로 둘러싸인 영역을 $A$, 곡선 $y=f(x)$와 선분 PQ로 둘러싸인 영역을 $B$라 하자.

$$(A\text{의 넓이})-(B\text{의 넓이})=3$$

일 때, $k$의 값은? [4점]

① $\frac{7}{6}$　② $\frac{4}{3}$　③ $\frac{3}{2}$　④ $\frac{5}{3}$　⑤ $\frac{11}{6}$




$k\underbrace{\int_0^3(x^3-5x^2+6x)dx}=3$

$\frac{81}{4}-\frac{135}{3}+27$

$=\frac{81}{4}-\frac{54}{3}$

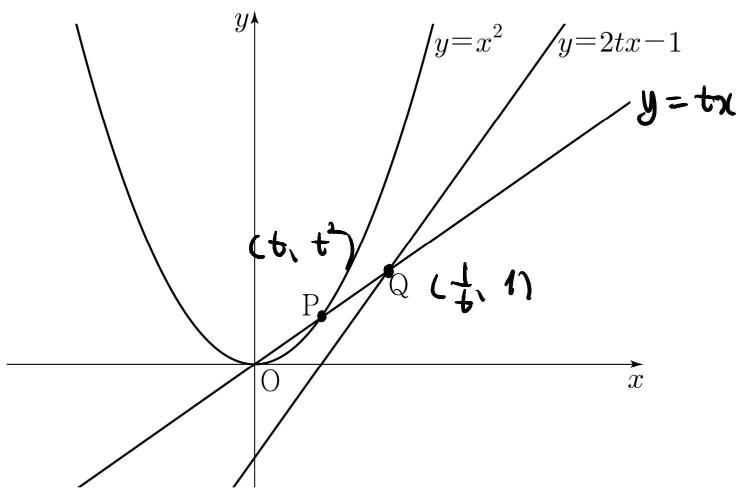
$=27\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)$

$=\frac{27}{12}$

$\therefore k=12\times\frac{1}{9}$

**11.** 그림과 같이 실수 $t\,(0<t<1)$에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 중에서 직선 $y=2tx-1$과의 거리가 최소인 점을 P라 하고, 직선 OP가 직선 $y=2tx-1$과 만나는 점을 Q라 할 때,

$\lim_{t \to 1-} \frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{1-t}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]




① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

$\overline{PQ}^2 = (t-\frac{1}{t})^2 + (t^2-1)^2$

$= (\frac{1}{t^2}+1)(t^2-1)^2$

$= (1-t)^2(1+t)^2(\frac{1}{t^2}+1)$

$\therefore \sqrt{2^2 \times 2}$

**12.** $a_2=-4$이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을 $b_n=a_n+a_{n+1}\,(n \geq 1)$이라 하고, 두 집합 $A$, $B$를

$$A=\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, \quad B=\{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$$

라 하자. $n(A \cap B)=3$이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_{20}$의 값의 합은? [4점]

① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

$a = a_1+a_2$

$a+2d = a_2+a_3$

$a+4d = a_3+a_4$

$a+6d = a_4+a_5$

$a+10d = a_5+a_6$

$a_1$, $a_3$, $a_5$

$a_1$, $a_7$, $a_5$

$-8+d = -4-d$

$\therefore d=2$

$a_{20}=32$

$-8+3d = -4-d$

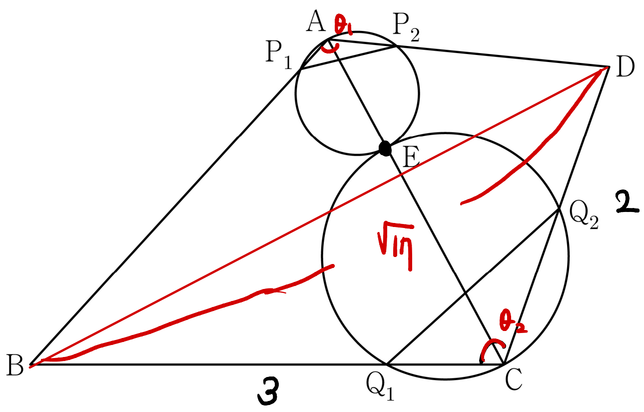
$\therefore d=1$

$a_{20}=14$

13. 그림과 같이

$$\overline{BC}=3,\ \overline{CD}=2,\ \cos(\angle BCD)=-\frac{1}{3},\ \angle DAB>\frac{\pi}{2}$$

인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두 예각삼각형이다. 선분 AC를 $1:2$로 내분하는 점 E에 대하여 선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 각각 $P_1$, $P_2$라 하고, 선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 각각 $Q_1$, $Q_2$라 하자. $\overline{P_1P_2}:\overline{Q_1Q_2}=3:5\sqrt{2}$이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때, $\overline{AB}+\overline{AD}$의 값은? (단, $\overline{AB}>\overline{AD}$) [4점]




① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

$\sqrt{9+4+\frac{2}{3}\cdot 3\cdot 2}$

$=\sqrt{17}$

$k\sin\theta_1 : 2k\sin\theta_2 = 3:5\sqrt{2}$

$\therefore\ \sin\theta_1 : \sin\theta_2 = 6:5\sqrt{2}$

$\downarrow$

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore\ \sin\theta_1 = \frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{6}{5\sqrt{2}}$

$=\frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AD}\times\frac{4}{5}=2 \quad \therefore\ \overline{AB}\times\overline{AD}=5$

& $\overline{AB}^2+\overline{AD}^2+6=17 \rightarrow \overline{AB}^2+\overline{AD}^2=11$

$\therefore\ x^2-10=11$

14. 실수 $a\,(a\geq 0)$에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$를

$$v(t)=-t(t-1)(t-a)(t-2a)$$

라 하자. 점 P가 시각 $t=0$일 때 출발한 후 운동 방향을 한 번만 바꾸도록 하는 $a$에 대하여, 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P의 위치의 변화량의 최댓값은? [4점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

$a=0$ or $1$ or $\frac{1}{2}$

$\int_0^2\left(-t^4+(3a+1)t^3+(-2a^2-3a)t^2+2a^2t\right)dt$

$=-\frac{32}{5}+4(3a+1)+\frac{8}{3}(-2a^2-3a)+4a^2$

$=-\frac{4}{3}a^2+4a-\frac{12}{5}$

$0,\ \frac{8}{3},\ \frac{5}{3}$

$\therefore\ \frac{40-36}{15}=\frac{4}{15}$

15. 자연수 $k$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> $a_1 = k$이고, 모든 자연수 $n$에 대하여
> $\longrightarrow >0$
> $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \le 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$
> 이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$이 되도록 하는 모든 $k$의 값의 합은? [4점]

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

$a_2 = -2.$

$a_4$ $a_5$ $a_6$

$a_3 = -k+2$

$k=1$ (+) $-2k-4$ (−) $-3k+4$ (+) $-4k-6$ (−) (X)

(−) $k \ge 3$ $-2k+8$

(+) $k=3$ $-3k$ (−) $-4k+10$ (−) $k=3$

(−) $k \ge 5$ $-3k+16$

(+) $k=6$ $-4k+6$ (−) $k=5$

(−) $k \ge 6$ $-4k+26$ (+) $k=6$

**단답형**

16. 부등식 $2^{x-6} \le \left(\frac{1}{4}\right)^x$을 만족시키는 모든 자연수 $x$의 값의 합을 구하시오. [3점]

$\boxed{3}$

$2^{x-6} \le 2^{-2x}$

$3x \le 6$

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 1$이고 $f(0) = 3$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$\boxed{33}$

$f(x) = 2x^4 - x + 3$

$f(2) = 32+1$

**18.** 두 상수 $a$, $b$에 대하여 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx + a$는 $x = 1$에서 극소이다. 함수 $f(x)$의 극솟값이 $-2$일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. [3점]

6

$f'(x) = 3ax^2 + b \quad \therefore b = -3a$

$f(x) = a(x^3 - 3x + 1) \quad f(1) = -a = -2 \quad \therefore a = 2$

$f(-1) = 2 \times (-1 + 3 + 1) = 6$

**19.** 두 자연수 $a$, $b$에 대하여 함수

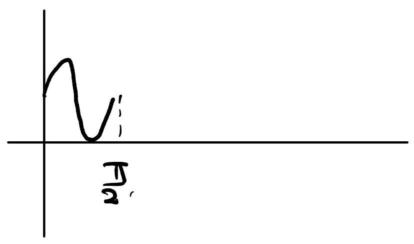
$$f(x) = a\sin bx + 8 - a$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a + b$의 값을 구하시오. [3점]

8

> (가) 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x) \geq 0$이다.
>
> (나) $0 \leq x < 2\pi$일 때, $x$에 대한 방정식 $f(x) = 0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$8 - 2a \geq 0 \quad \therefore a \leq 4 \rightarrow a = 4$




$b = 4$

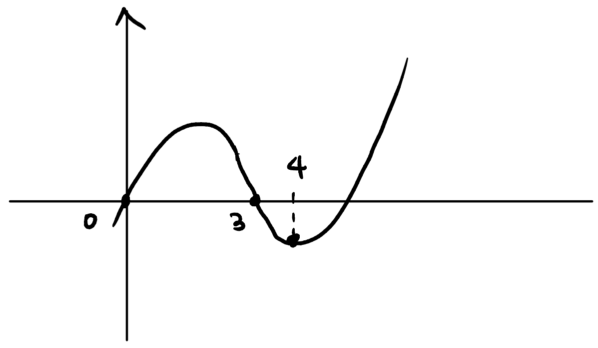
**20.** 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$의 값을 구하시오. [4점]

> $x \geq 1$인 모든 실수 $x$에 대하여
> $g(x) \geq g(4)$이고 $|g(x)| \geq |g(3)|$이다.

$\boxed{39}$




$g(x) = \frac{1}{3}x(x-3)(x-k) \quad (k>4)$

$g'(x) = \frac{1}{3}(3x^2 - 2(k+3)x + 3k)$

$g'(4) = \frac{1}{3}(48 - 8k - 24 + 3k) = 0$

$\therefore k = \frac{24}{5}$

$g(9) = 81 - \frac{2}{3} \times \frac{39}{5} \times 9 + \frac{24}{5}$ (13)

$= 81 - \frac{234}{5} + \frac{24}{5}$

$= 81 - \frac{210}{5} = 81 - 42 = 39$

**21.** 실수 $t$에 대하여 두 곡선 $y=t-\log_2 x$와 $y=2^{x-t}$이 만나는 점의 $x$좌표를 $f(t)$라 하자.
<보기>의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 $A$, $B$, $C$의 값을 정할 때, $A+B+C$의 값을 구하시오. (단, $A+B+C \neq 0$) [4점]

- 명제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B=10$, 거짓이면 $B=0$이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C=1$, 거짓이면 $C=0$이다.

$\boxed{110}$

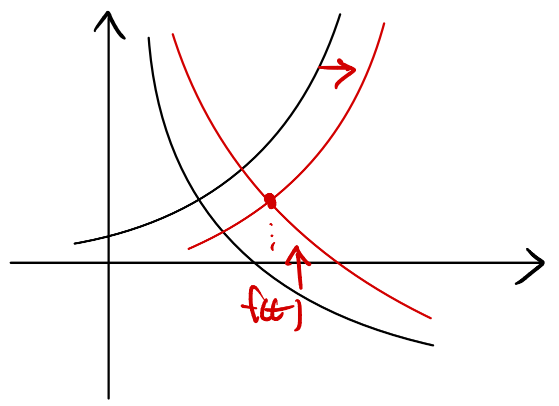
<보 기>

ㄱ. $f(1)=1$이고 $f(2)=2$이다.
ㄴ. 실수 $t$의 값이 증가하면 $f(t)$의 값도 증가한다.
ㄷ. 모든 양의 실수 $t$에 대하여 $f(t) \geq t$이다.

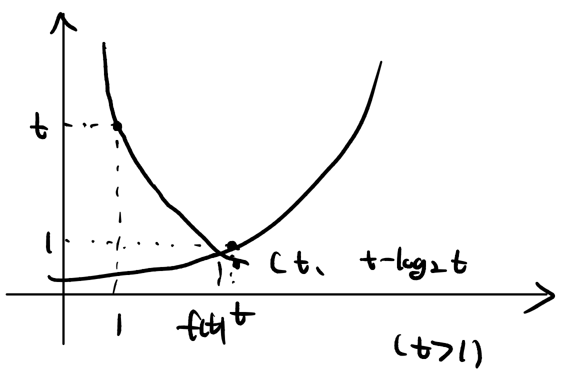
ㄱ. $1-\log_2 1$ $\quad 2^{1-1}$

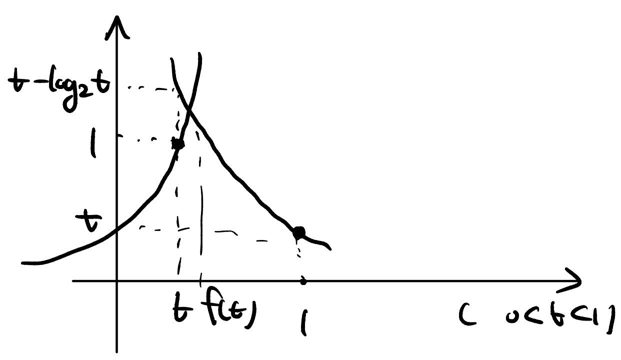
$2-\log_2 2$ $\quad 2^{2-2}$

ㄴ.




ㄷ.




**22.** 정수 $a\,(a \neq 0)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=x^3-2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 $k$의 값의 곱이 $-12$가 되도록 하는 $a$에 대하여 $f'(10)$의 값을 구하시오. [4점]

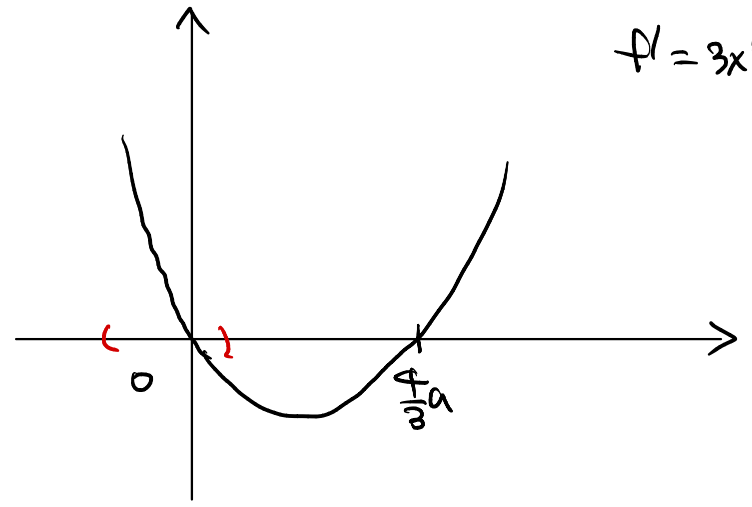
함수 $f(x)$에 대하여

$$\left\{\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}\right\} \times \left\{\frac{f(x_2)-f(x_3)}{x_2-x_3}\right\} < 0$$

을 만족시키는 세 실수 $x_1$, $x_2$, $x_3$이 열린구간 $\left(k,\ k+\frac{3}{2}\right)$에 존재한다.

$\boxed{390}$

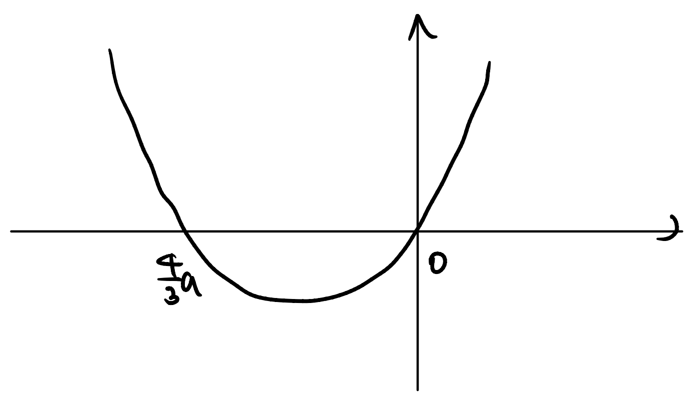
$f' = 3x^2 - 4ax$




$-1,\ 3,\ 4$

↑ (×)

$3$




$-1,\ -3,\ -4$ $\quad -\frac{8}{3} < -\frac{5}{2}$ (○)

$\therefore a=-2$

$f'(x)=3x^2+8x$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

# 수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

**23.** 5개의 문자 $a$, $a$, $b$, $c$, $d$를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

① 50 ② 55 ③ 60 ④ 65 ⑤ 70

**24.** 두 사건 $A$, $B$에 대하여

$$\mathrm{P}(A \cap B^C) = \frac{1}{9}, \quad \mathrm{P}(B^C) = \frac{7}{18}$$

일 때, $\mathrm{P}(A \cup B)$의 값은? (단, $B^C$은 $B$의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{11}{18}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{13}{18}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

$\frac{11}{18} + \frac{1}{9}$

**25.** 흰색 손수건 4장, 검은색 손수건 5장이 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 4장의 손수건을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 4장의 손수건 중에서 흰색 손수건이 2장 이상일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{9}{14}$ ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{11}{14}$

$$1-\frac{{}_4C_1\times{}_5C_3+{}_5C_4}{{}_9C_4}=1-\frac{\cancel{45}^{\,5}}{\cancel{21}_{\,7}\times\cancel{6}_{\,2}}$$

**26.** 다항식 $(x-1)^6(2x+1)^7$의 전개식에서 $x^2$의 계수는? [3점]

① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

$x^2 \quad 1 \rightarrow {}_6C_4\times 1 = 15$

$1 \quad x^2 \rightarrow 1\times 4\times{}_7C_2 = 84$

$x \quad x \rightarrow -{}_6C_5\times 2\times{}_7C_1 = -84$

**27.** 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 $a$, $b$라 하자. $a\times b$가 4의 배수일 때, $a+b\le 7$일 확률은? [3점]

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{7}{15}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

$$\frac{3+2+2}{3+2+4+1+2+2+1}$$

4 8 12 16 20 24 36

$= \frac{7}{15}$

**28.** 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X\to X$의 개수는? [4점]

> (가) $f(1)\times f(3)\times f(5)$는 홀수이다.
>
> (나) $f(2)<f(4)$
>
> (다) 함수 $f$의 치역의 원소의 개수는 3이다.

① 128 ② 132 ③ 136 ④ 140 ⑤ 144

(i) $\{f(1), f(3), f(5)\}$ 1개.

$3\times {}_4C_2 = 18$

(ii) $\{f(1), f(3), f(5)\}$ 2개.

${}_3C_2 \times 2\times 3 \times 2\times 3 = 108$

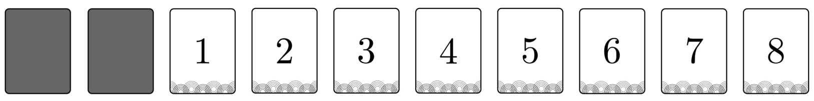
(iii) 〃 3개

$3! \times {}_3C_2 = 18$

**단답형**

29. 그림과 같이 2장의 검은색 카드와 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 흰색 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 왼쪽에서 오른쪽으로 일렬로 배열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 검은색 카드는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

> (가) 흰색 카드에 적힌 수가 작은 수부터 크기순으로 왼쪽에서 오른쪽으로 배열되도록 카드가 놓여 있다.
> (나) 검은색 카드 사이에는 흰색 카드가 2장 이상 놓여 있다.
> (다) 검은색 카드 사이에는 3의 배수가 적힌 흰색 카드가 1장 이상 놓여 있다.




25

□ , □ , □

$\geq 2$

$x_1 + x_2 + x_3 = 8 \rightarrow {}_3H_6 = {}_8C_2 = 28$

$\geq 2$

(여사건)

□ , □ , ( 3 ) → 1

( 3 ) , □ , ( 6 ) → 1

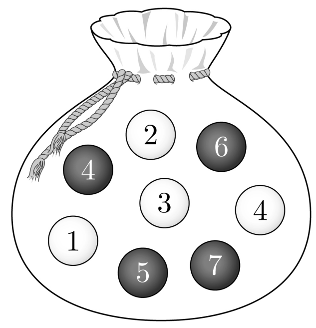
( 6 ) , □ , □ → 1

30. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

> 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어
> 꺼낸 공이 서로 다른 색이면 12를 점수로 얻고,
> 꺼낸 공이 서로 같은 색이면 꺼낸 두 공에 적힌 수의 곱을 점수로 얻는다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 24 이하의 짝수일 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

51




$$\frac{{}_4C_1 \cdot {}_4C_1}{{}_8C_2} + \frac{{}_4C_2 - 1}{{}_8C_2} + \frac{2}{{}_8C_2}$$

$$= \frac{16+5+2}{28} = \frac{23}{28}$$

＊ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

# 수학 영역(미적분)

**5지선다형**

23. $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+9n}-\sqrt{n^2+4n}\right)$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. 매개변수 $t$로 나타내어진 곡선

$$x=\frac{5t}{t^2+1},\quad y=3\ln\left(t^2+1\right)$$

에서 $t=2$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

① $-1$ ② $-2$ ③ $-3$ ④ $-4$ ⑤ $-5$

$$\frac{\frac{6t}{\cancel{t^2+1}}}{\frac{5(t^2+1)-10t^2}{(t^2+1)^2}} \to \frac{12\times5}{25-40}$$

$$=\frac{60}{-15}$$

**25.** $\lim_{x \to 0} \frac{2^{ax+b}-8}{2^{bx}-1} = 16$일 때, $a+b$의 값은? (단, $a$와 $b$는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

$b=3$

$\frac{a \cdot 8}{3} = 16$

$a=6$

**26.** $x$에 대한 방정식 $x^2-5x+2\ln x = t$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 $t$의 값의 합은? [3점]

① $-\frac{17}{2}$ ② $-\frac{33}{4}$ ③ $-8$ ④ $-\frac{31}{4}$ ⑤ $-\frac{15}{2}$

$2x-5+\frac{2}{x}=0$

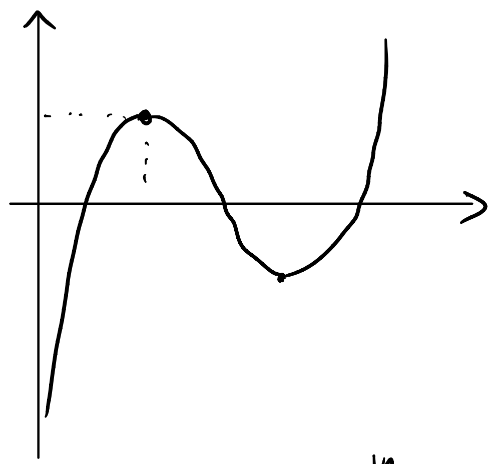
$2x^2-5x+2=0$

$1 \quad -2$

$2 \quad -1$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ or $2$

극대 극소



$\therefore \frac{17}{4} - \frac{25}{2} =$

27. 실수 $t\,(0<t<\pi)$에 대하여 곡선 $y=\sin x$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\,\sin t)$에서의 접선과 점 P를 지나고 기울기가 $-1$인 직선이 이루는 예각의 크기를 $\theta$라 할 때, $\lim\limits_{t\to\pi-}\dfrac{\tan\theta}{(\pi-t)^2}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{16}$　② $\frac{1}{8}$　③ $\frac{1}{4}$ ✓　④ $\frac{1}{2}$　⑤ 1

$$\tan\theta = \frac{\cos t + 1}{1+\cos t\cdot(-1)}$$

$\pi - t = x$

$$\lim_{x\to 0+}\frac{-\cos x + 1}{(\cos x + 1)x^2} \to \frac{1}{4}$$

28. 두 상수 $a\,(a>0)$, $b$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a\times b$의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 $x$에 대하여
$$\{f(x)\}^2+2f(x)=a\cos^3\pi x\times e^{\sin^2\pi x}+b$$
이다.
(나) $f(0)=f(2)+1$ $=x$

① $-\frac{1}{16}$　② $-\frac{7}{64}$ ✓　③ $-\frac{5}{32}$　④ $-\frac{13}{64}$　⑤ $-\frac{1}{4}$

$\{f(x)+1\}^2 = a\cos^3\pi x\cdot e^{\sin^2\pi x}+b+1 \geq 0$

$\{f(0)+1\}^2 = a+b+1 = \frac{1}{4}$　　$f(0)+1=\frac{1}{2}$

$\{f(2)+1\}^2 = a+b+1 = \frac{1}{4}$　　$f(2)+1=-\frac{1}{2}$

$x^2=(x+1)^2$　$\therefore x=-\frac{1}{2}$

$\therefore b=-a-\frac{3}{4}$

$\underline{a\cos^3\pi x\cdot e^{\sin^2\pi x}}-a+\frac{1}{4}\geq 0$

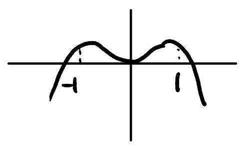
$\cos\pi x = t$ $(-1\leq t\leq 1)$

$at^3e^{1-t^2}\geq -a$　　$-2a+\frac{1}{4}\geq 0$

$\downarrow$ 미

$a(3t^2-2t^4)e^{1-t^2}$

$t^2(3-2t^2)$




$\therefore a\leq\boxed{\frac{1}{8}}$ //

$\therefore a=\frac{1}{8},\ b=-\frac{7}{8}$

**단답형**

29. 세 실수 $a$, $b$, $k$에 대하여 두 점 $\mathrm{A}(a,\ a+k)$, $\mathrm{B}(b,\ b+k)$가 곡선 $C: x^2-2xy+2y^2=15$ 위에 있다. 곡선 $C$ 위의 점 A에서의 접선과 곡선 $C$ 위의 점 B에서의 접선이 서로 수직일 때, $k^2$의 값을 구하시오. (단, $a+2k \neq 0$, $b+2k \neq 0$) [4점]

5

(i) $x^2-2x(x+k)+2(x+k)^2=15$

$x^2+2kx+2k^2=15$

$\therefore\ x=-k\pm\sqrt{15-k^2}$

(ii) $2x-2x\cdot y'-2y+4yy'=0$

$y'=\dfrac{2x-2y}{2x-4y}=\dfrac{x-y}{x-2y}$

$y=x+k \ \to\ y'=\dfrac{-k}{-x-2k}$

$=\dfrac{k}{x+2k}$

$\dfrac{k^2}{(x_1+2k)(x_2+2k)}$

$=\dfrac{k^2}{(2k^2-15)+2k\cdot(-2k)+4k^2}$

$=\dfrac{k^2}{2k^2-15}=-1$ $\quad\therefore\ 3k^2=15$

30. 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 $n$에 대하여

$$b_n=\begin{cases} -1 & (a_n \le -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$은 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$은 수렴하고 그 합은 $-3$이다.
>
> (나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$은 수렴하고 그 합은 $8$이다.

$b_3=-1$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|$의 값을 구하시오. [4점]

24

$a_3 \le -1 \quad \cdots \quad (-1<r<0)$

$-1\ \underset{>0}{\square}\ -1\ \underset{>0}{\square}\ -1\ \cdots$

$\dfrac{ar}{1-r^2}=8 \qquad (a<0)$

$-n+\dfrac{ar^{2n}}{1-r^2}=-3$

$\parallel$

$-n+\underbrace{8\times r^{2n-1}}_{<0}=-3 \qquad (n\ge 2)$

(i) $n=2$ $\quad -2+8\times r^3=-3 \quad \therefore\ r=-\frac{1}{2}$

xx

$\therefore\ \dfrac{-\frac{a}{2}}{1-\frac{1}{4}}=8$

$\to\ -\frac{a}{2}=6$

$\therefore\ a=-12$

> * 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, **「선택과목(기하)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

# 수학 영역(기하)

5지선다형

23. 포물선 $y^2 = -12(x-1)$의 준선을 $x=k$라 할 때, 상수 $k$의 값은? [2점]

① 4 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 16

24. 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점 A, B, C에 대하여

$$2\overrightarrow{AB} + p\overrightarrow{BC} = q\overrightarrow{CA}$$

일 때, $p-q$의 값은? (단, $p$와 $q$는 실수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

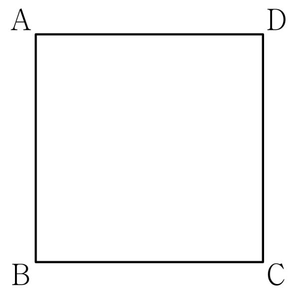
$(2-p)\overrightarrow{AB} + p\overrightarrow{AC} = -q\overrightarrow{AC}$

$\therefore p=2,\ q=-2$

**25.** 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서

$$\left(\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{BC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AC}+3k\overrightarrow{CD}\right)=0$$

일 때, 실수 $k$의 값은? [3점]

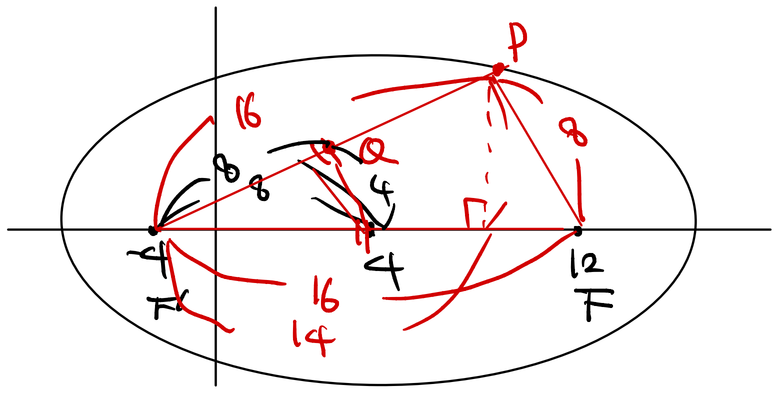



① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

$1+k-3k=0$

**26.** 두 초점이 F(12, 0), F′(−4, 0)이고, 장축의 길이가 24인 타원 $C$가 있다. $\overline{F'F}=\overline{F'P}$인 타원 $C$ 위의 점 P에 대하여 선분 F′P의 중점을 Q라 하자. 한 초점이 F′인 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$이 점 Q를 지날 때, $\overline{PF}+a^2+b^2$의 값은? (단, $a$와 $b$는 양수이다.) [3점]

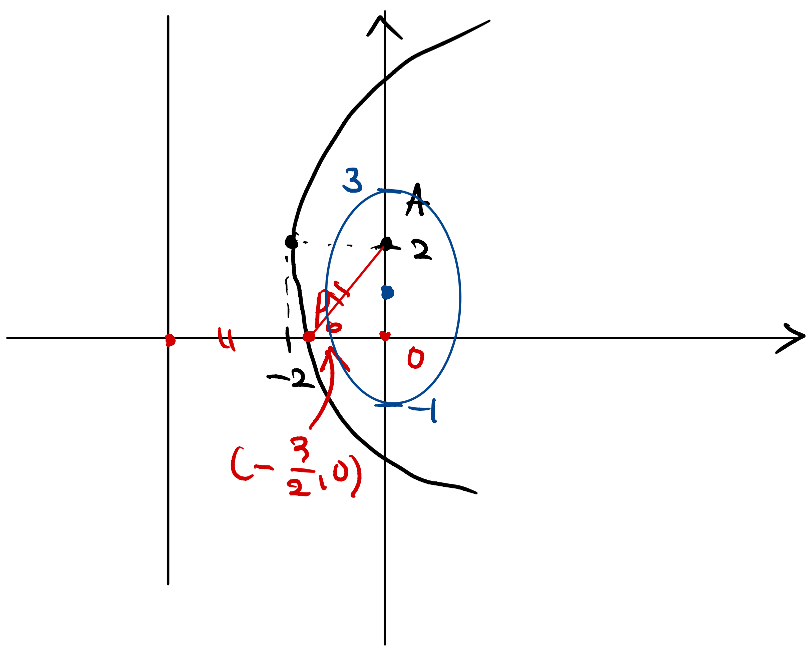
① 46 ② 52 ③ 58 ④ 64 ⑤ 70




$$\begin{cases} a^2-b^2=16 \\ 2a=12 \end{cases} \quad \therefore a^2=36 \quad b^2=20$$

**27.** 포물선 $(y-2)^2=8(x+2)$ 위의 점 P와 점 A$(0,\ 2)$에 대하여 $\overline{\mathrm{OP}}+\overline{\mathrm{PA}}$의 값이 최소가 되도록 하는 점 P를 $\mathrm{P_0}$이라 하자. $\overline{\mathrm{OQ}}+\overline{\mathrm{QA}}=\underbrace{\overline{\mathrm{OP_0}}+\overline{\mathrm{P_0A}}}_{=4}$를 만족시키는 점 Q에 대하여 점 Q의 $y$좌표의 최댓값과 최솟값을 각각 $M$, $m$이라 할 때, $M^2+m^2$의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

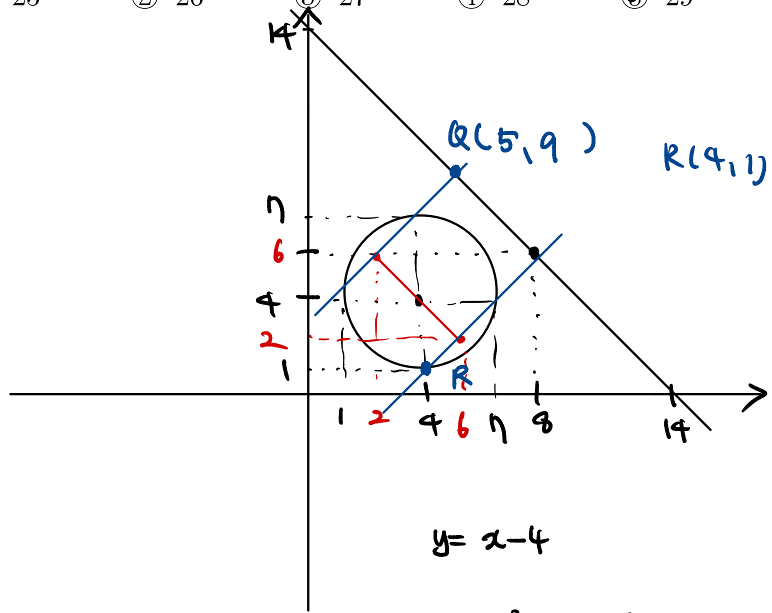



**28.** 좌표평면의 네 점 A$(2,\ 6)$, B$(6,\ 2)$, C$(4,\ 4)$, D$(8,\ 6)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 점 X의 집합을 $S$라 하자.

> (가) $\{(\overrightarrow{\mathrm{OX}}-\overrightarrow{\mathrm{OD}})\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}\}\times\{|\overrightarrow{\mathrm{OX}}-\overrightarrow{\mathrm{OC}}|-3\}=0$
>
> (나) 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{OX}}-\overrightarrow{\mathrm{OP}}$와 $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$가 서로 평행하도록 하는 선분 AB 위의 점 P가 존재한다.

집합 $S$에 속하는 점 중에서 $y$좌표가 최대인 점을 Q, $y$좌표가 최소인 점을 R이라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OR}}$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29




$y=x-4$

$(x-4)^2+(y-4)^2=9$

$2y^2-8y+7=0$

$y=\dfrac{4-\sqrt{16-14}}{2}=\dfrac{4-\sqrt{2}}{2}$

$=2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}>1$

$x=6-\dfrac{\sqrt{2}}{2}>4$

**단답형**

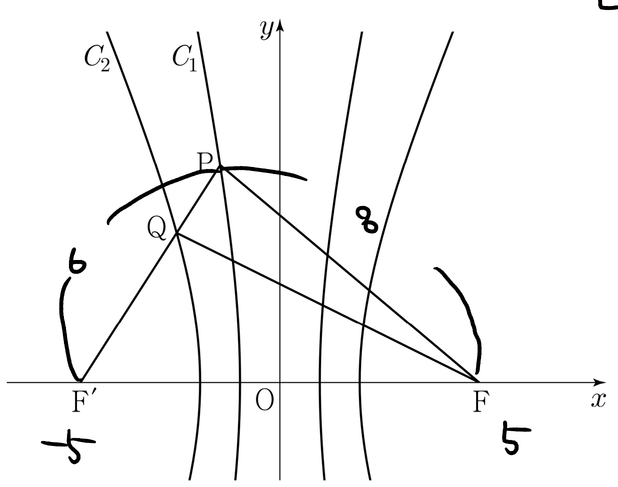
29. 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)(c>0)$을 초점으로 하는 두 쌍곡선

$$C_1 : x^2 - \frac{y^2}{24} = 1, \quad C_2 : \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{21} = 1$$

이 있다. 쌍곡선 $C_1$ 위에 있는 제2사분면 위의 점 P에 대하여 선분 $PF'$이 쌍곡선 $C_2$와 만나는 점을 Q라 하자.
$\overline{PQ}+\overline{QF}$, $2\overline{PF'}$, $\overline{PF}+\overline{PF'}$이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 직선 PQ의 기울기는 $m$이다. $60m$의 값을 구하시오. [4점]

10 12 14

$\boxed{80}$




$\overline{QF'}+4$

$2\overline{PF'} - \overline{PQ} - \overline{QF} = \overline{PF} - \overline{PF'}$

2

$2\overline{PF'} - \overline{PF'} - 4$

$\therefore \overline{PF'} = 6$

$$\begin{cases} (x+5)^2 + y^2 = 36 \\ 24x^2 - y^2 = 24 \end{cases}$$

$25x^2 + 10x + 25 = 60$

$5x^2 + 2x - 7 = 0$ $\quad \therefore x = -\frac{7}{5}$

5 1 -1 7

$\therefore P\left(-\frac{7}{5}, \frac{24}{5}\right)$

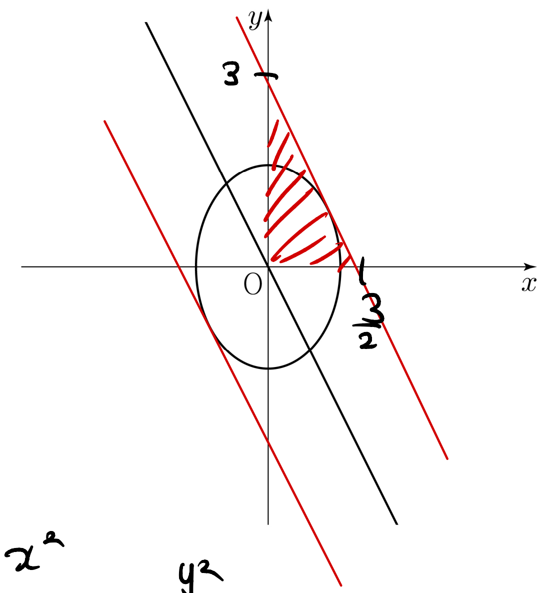
$m = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$

30. 직선 $2x+y=0$ 위를 움직이는 점 P와 타원 $2x^2+y^2=3$ 위를 움직이는 점 Q에 대하여

$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$$

를 만족시키고, $x$좌표와 $y$좌표가 모두 0 이상인 모든 점 X가 나타내는 영역의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$\boxed{13}$




$$\frac{x^2}{\frac{3}{2}} + \frac{y^2}{3} = 1$$

$y = -2x + \sqrt{\frac{3}{2} \times 4 + 3} = -2x + 3$

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.