

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

변한 것은 내가 아닌 삶의 무게

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

○ 공통과목 1~8쪽

○ 선택과목

미적분 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{2} \times 4^{\frac{5}{6}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

2. 함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 7x + 1$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① -20 ② -19 ③ -18 ④ -17 ⑤ -16

3. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2 + \frac{6}{7}f(3)$$

를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 + a_5 = 1, \quad \sum_{n=2}^6 a_n = 2$$

일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

5. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta = -\frac{12}{13}$ 일 때,
 $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{12}{13}$ ③ $-\frac{5}{12}$
 ④ $-\frac{5}{13}$ ⑤ $-\frac{12}{13}$

6. 함수 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x$ 의 극댓값과 극솟값의 차는? [3점]

- ① 27 ② 64 ③ 125 ④ 216 ⑤ 343

7. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 모든 자연수 n 에 대하여

$$S_n = \log_2\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

일 때, $\sum_{n=1}^6 (S_n + a_{n+1})$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의
시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 2t - 1$$

이다. 시각 $t=4$ 에서 점 P의 위치는? [3점]

- ① 41 ② 42 ③ 43 ④ 44 ⑤ 45

9. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 네 개의 수

$$a_2, a_3, 15, a_5$$

가 이 순서대로 공차가 양수인 등차수열을 이룰 때, a_6 의 값은?
[4점]

- ① -6 ② 12 ③ -24 ④ 36 ⑤ -48

10. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = |f(x)| - |x^2 - 1|$$

가 오직 $x=0$ 에서만 미분가능하지 않을 때, 곡선 $y=g(x)$ 와
 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(3, f(3))$ 에서의 접선의 방정식은 $y = f'(5)(x - 6) + 6$ 이다.

$f(0) = 0$ 일 때, $f'(4)$ 의 값은? [4점]

- ① -12 ② -11 ③ -10 ④ -9 ⑤ -8

12. 두 양수 $a(a > 1)$, b 에 대하여 x 축 위의 점 $(-6, 0)$ 을 지나고 기울기가 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 인 직선이 곡선

$$y = \log_a(bx + 1)$$

과 만나는 두 점을 x 좌표가 작은 순서대로 A, B라 하자.

선분 AB를 지름으로 하는 원을 C_1 , 점 A에서 원 C_1 에 접하고 원점을 지나는 원을 C_2 라 하자. 두 원 C_1, C_2 가 모두 x 축에 접할 때, $a^{\sqrt{b}}$ 의 값은? [4점]

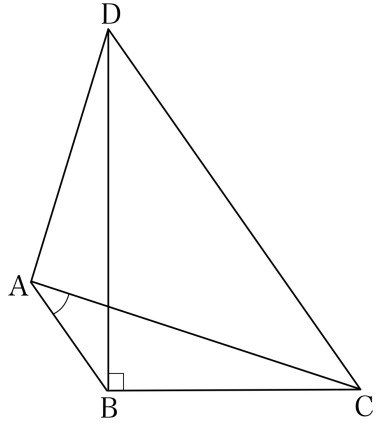
- ① 2 ② $2^{\frac{2}{3}}$ ③ $2^{\frac{1}{3}}$ ④ $2^{\frac{1}{6}}$ ⑤ $2^{\frac{1}{9}}$

13. $\overline{AB} = 5$, $\cos(\angle BAD) = -\frac{3}{5}$ 인 사각형 ABCD가 있다.

직선 AB와 직선 CD가 서로 평행하고

$$\overline{BC} = \overline{CD} \times \sin(\angle BAC), \quad \angle CBD = \frac{\pi}{2}$$

일 때, 선분 AC의 길이는? [4점]



- ① 10 ② $\frac{80}{7}$ ③ $\frac{90}{7}$ ④ $\frac{100}{7}$ ⑤ $\frac{110}{7}$

14. 최고차항의 계수가 $a(a \neq 0)$ 이고 $f(1) = 0$, $f(2) = 2$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \int_x^{x+2} \{|f(t)| + f(t)\} dt & (x \geq 1) \\ a & (x < 1) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이고

$$\{x | g(x) \leq 4\} = \{x | x \leq 1\}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $f(3) > 4$
 ㄴ. $x > 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) > g(1)$ 이다.
 ㄷ. $g(2) = a^2$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 함수

$$f(x) = 4\sin ax + b$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 실수 a, b 에 대하여 모든 $a+b$ 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)라 할 때, $m + \alpha_m - \alpha_2$ 의 값은?
[4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f\left(x + \frac{2}{3}\pi\right)$ 이다.

(나) 구간 $\left(0, \frac{2}{3}\pi\right]$ 에서 방정식 $|f(x)| = 2$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

단답형

16. 부등식 $\log_2 x + \log_2(x+1) \leq 1$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = x^2 f(x)$$

라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = 2x - 1$ 일 때, $g'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^5 na_n = 10, \quad \sum_{n=1}^5 (a_n - n)^2 = 100$$

일 때, $\sum_{n=1}^5 (a_n)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|f(x) - 2|}{x - 2} = f'(4)$$

일 때, $f(6)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. $x = 0$ 에서 극대인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} x & (f'(x) > 0) \\ f(x) & (f'(x) \leq 0) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수 $h(x)$ 를 갖는다.

함수 $h(x)$ 가 극댓값 2를 가질 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{n=1}^{10} |a_n|$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

(가) $a_1 + a_{10} = 0$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = \frac{(a_n + 2)^2}{8}$ 이다.

22. 최고차항의 계수가 2인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

방정식 $f(x) = x^2$ 은 서로 다른 세 실근 $\alpha_1, \alpha_2, 5$ 를 갖고 $\alpha_1 + \alpha_2 = 4$ 이다.

두 곡선 $y = f(x)$, $y = x^2$ 과 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 두 곡선 $y = f(x)$, $y = x^2$ 으로 둘러싸인 두 부분의 넓이를 각각 S_2, S_3 이라 하자.

$$S_1 = |S_2 - S_3|$$

일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \alpha_1 < 3 < \alpha_2 < 5$) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. 곡선 $3x^2 + 2xy = y^2$ 위의 점 $(2, 6)$ 에서의 접선의 기울기는?
[2점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 6
- ④ 9
- ⑤ 12

24. $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$, $\cos 2\beta = \frac{15}{17}$ 일 때, $\cos^2 \alpha + \sin^2 \beta$ 의 최솟값은?

[3점]

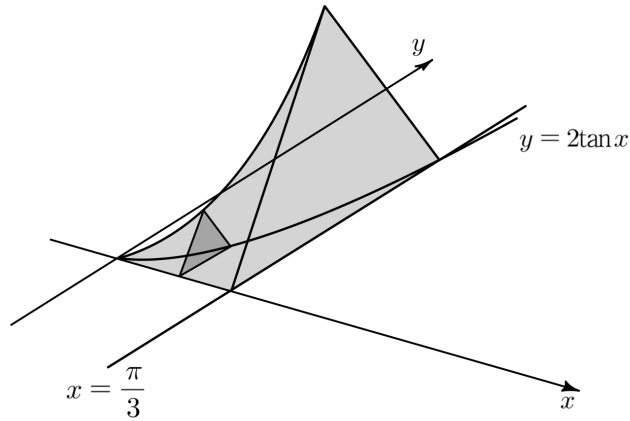
- ① $\frac{16}{85}$
- ② $\frac{18}{85}$
- ③ $\frac{4}{17}$
- ④ $\frac{22}{85}$
- ⑤ $\frac{24}{85}$

2

수학 영역(미적분)

25. 그림과 같이 곡선 $y = 2\tan x$ 와 x 축, y 축 및 직선 $x = \frac{\pi}{3}$ 로

둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다.
이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$
- ② $3 - \frac{\pi}{3}$
- ③ $3 - \frac{\sqrt{3}}{3}\pi$
- ④ $3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}\pi$
- ⑤ $3\sqrt{3} - \pi$

26. 양수 t 에 대하여 $x = 0$ 에서 $x = 1$ 까지 곡선

$$y = \frac{e^{tx}}{2} + \frac{1}{2t^2 e^{tx}}$$

의 길이를 $f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} tf(t)$ 의 값은? [3점]

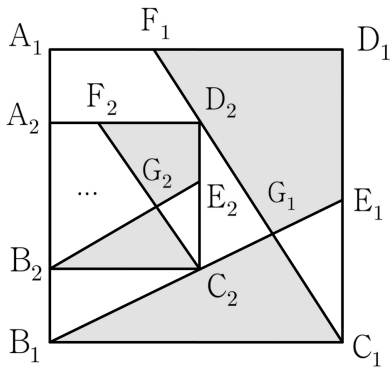
- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 4

27. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 C_1D_1 의 중점을 E_1 , 선분 A_1D_1 을 1:2로 내분하는 점을 F_1 이라 하자. 선분 B_1E_1 이 선분 C_1F_1 과 만나는 점을 G_1 이라 할 때, 사각형 $F_1G_1E_1D_1$ 의 넓이를 a_1 , 삼각형 $B_1C_1G_1$ 의 넓이를 b_1 이라 하자.

선분 A_1B_1 위의 두 점 A_2, B_2 와 선분 B_1C_1 위의 점 C_2 , 선분 G_1F_1 위의 점 D_2 를 사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 가 정사각형이 되도록 잡는다. a_1, b_1 의 값을 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 F_2, G_2 를 정하고 사각형 $F_2G_2E_2D_2$ 의 넓이를 a_2 , 삼각형 $B_2C_2G_2$ 의 넓이를 b_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 사각형 $F_nG_nE_nD_n$ 의 넓이를 a_n , 삼각형 $B_nC_nG_n$ 의 넓이를 b_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n)$ 의 값은? [3점]



- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

28. 양수 t 와 곡선 $y = te^{-x}$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여 원점과 점 P 사이의 거리가 최소일 때, 점 P 의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하면 $f(t)$ 는 미분가능한 함수이다. $f(\alpha) = 2$ 인 양수 α 에 대하여 $\int_e^\alpha t^2 f'(t) dt$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3e^4 - e^2}{4}$ ② $\frac{3e^4 - e^2}{2}$ ③ $\frac{2e^4 - e^2}{4}$
 ④ $\frac{2e^4 - e^2}{2}$ ⑤ $\frac{e^4 - e^2}{4}$

단답형

29. 상수 p 와 모든 항이 실수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ 0 < a_n < 6$$

$$(나) \ a_{n+1} = a_n \times (a_n - 6) + p$$

$\sum_{k=1}^{\infty} \log_2 a_k = 3$ 일 때, $80 \times a_1$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(1) = 5$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \sin \{ \pi f(x) \}$$

는 $x = 0$ 에서 극댓값 0을 갖는다. $|f(0) - f(-2)| = 4$ 일 때, 모든 $f(6)$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.