제 2 교시

2024학년도 9평 대비 지인선 모의고사 문제지

# 수학 영역

| 성명 | 김 다 영 | 수험 번호 | | | | | — | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

**눈물 없인 누구보다 기쁘게 웃을 순 없단 걸**

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.



**※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.**

지인선

# 2024학년도 9평 대비 지인선 모의고사 문제지

**출제/검토진**

출제 : 지인선(카이스트 수리과학과 최우등 졸업)
해설 : 김다영(서울교대 초등교육과)
검토 :
이수환(잠실고등학교)
이연
임종학
최원준(포항공대 수학과)
한해성
홍종찬(한양대학교)

**발행정보**

2024학년도 9월 모의평가 대비 지인선 모의고사입니다.

inseon._.math
youtube: 지인선

2024학년도 9평 대비 지인선 모의고사 문제지

제 2 교시

# 수학 영역

짝수형

5지선다형

**1.** $(\sqrt[4]{9})^{\frac{4}{3}} \times \sqrt[3]{3}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

$3^{\frac{2}{4}\cdot\frac{4}{3}+\frac{1}{3}} = \boxed{3^1}$

**2.** 함수 $f(x)=x^4-x^3$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1-2h)}{h}$ 의 값은? [2점]

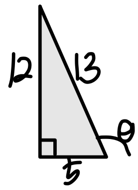
① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$3f'(1) = \boxed{3}$

**3.** $\cancel{\cos(\pi-\theta)}>0$이고 $\sin\theta=\frac{12}{13}$일 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

$\cos\theta : \ominus$

① $-\frac{12}{5}$ ② $-\frac{5}{13}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{13}$ ⑤ $\frac{12}{5}$




$\boxed{-\frac{12}{5}}$

**4.** 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$는 모두 $x=1$에서 연속이고

$$\lim_{x\to 1-}f(x)=2\lim_{x\to 1+}g(x),\ \lim_{x\to 1+}\{f(x)+2g(x)\}=8$$

이다. $f(1)+g(1)$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$f(1)=4$, $g(1)=2$

$\boxed{6}$

5. 부등식 $4^x - 3\times 2^{x+1} + 8 \le 0$의 해는 $a \le x \le b$이다. $a+b$의 값은? [3점]

① $-1$ ② $0$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

$2^x = t$

$(t-2)(t-4) \le 0$

$2 \le 2^x \le 4$

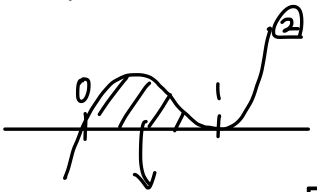
$1 \le x \le 2$

$\boxed{3}$

6. 좌표평면 위의 두 곡선 $y = 2x^3 - 3x^2$와 $y = x^2 - 2x$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{1}{30}$ ② $\frac{1}{24}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

$2x^3 - 4x^2 + 2x$




$\frac{2}{12} \times 1^4 = \boxed{\frac{1}{6}}$

7. $a_3 > 0$인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$\frac{a_5}{a_2} - \frac{a_7}{a_{10}} = a_{13} - a_{16} = \frac{3}{2}$$

일 때, $a_1 + a_7 + a_{10}$의 값은? [3점]

① $12$ ② $14$ ③ $16$ ④ $18$ ⑤ $20$

$r^3 - \frac{1}{r^3} = \frac{3}{2}$

$r^3 = 2$ or $-\frac{1}{2}$

$a_{13} = -\frac{3}{2}$

$a_{13} = 1$

$a_1 = 16$

$a_7 = 4$

$a_{10} = -2$

$\boxed{18}$

**8.** 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 속도가 각각

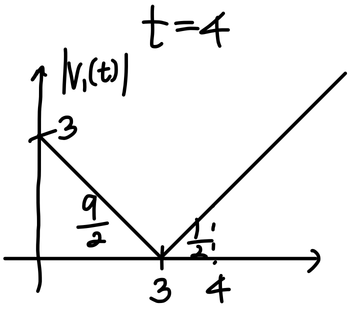
$$v_1(t)=3-t, \quad v_2(t)=4t$$

이다. 출발한 시각부터 점 Q의 위치가 32가 될 때까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

V ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$Q(t)=2t^2$

$t=4$




$\boxed{5}$

**9.** 미분가능한 함수 $f(x)$가 $f'(2)=3$이고

$$\lim_{x \to 2} \frac{\int_2^x f(t^3)dt}{f(x)-x}=3$$

이다. $f(2)+f(8)$의 값은? [4점]

① 6 V ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

$f(2)=2$

$\dfrac{f(8)}{f'(2)-1}=3$

$f(8)=6$

$\boxed{8}$

**10.** 구간 $[0, k]$에서 함수

$$f(x)=\sin^2\left(\frac{\pi}{6}-\pi x\right)+\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{3}\right)$$

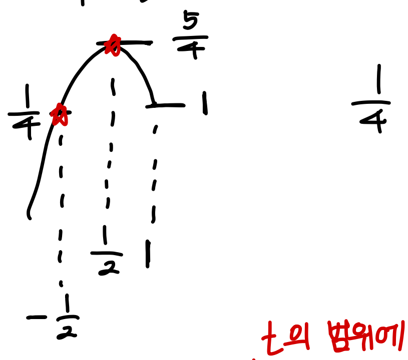
의 최댓값과 최솟값의 합이 $\frac{3}{2}$일 때, $k$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ V ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

$f(x)=\cos^2\left(\pi x+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{3}\right)$

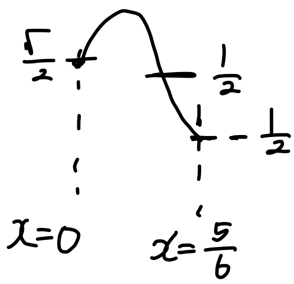
$\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{3}\right)=t$

$f(x)=1-t^2+t$




$\frac{1}{4}$

t의 범위에
$-\frac{1}{2}<t<\frac{1}{2}$ 포함




$\boxed{\frac{5}{6}}$

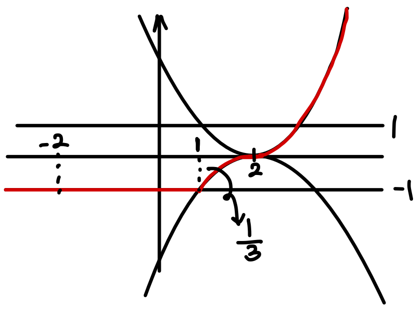
**11.** 연속함수 $f(x)$와 상수 $k$가 모든 실수 $x$에 대하여

$$|f(x)| = \begin{cases} 1 & (x < k) \\ (x-2)^2 & (x \ge k) \end{cases}$$

이고, $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때 $F(x)$의 최솟값은 0이다. $F(-2)+F(5)$의 값은? [4점]

→ f(x)가 ⊖→⊕ 로 딱 한 번 변함.

① $\frac{31}{3}$ ② 11 ③ $\frac{35}{3}$ ④ $\frac{37}{3}$ ⑤ 13




$F(-2) = \frac{10}{3}$ $F(5) = \frac{27}{3}$

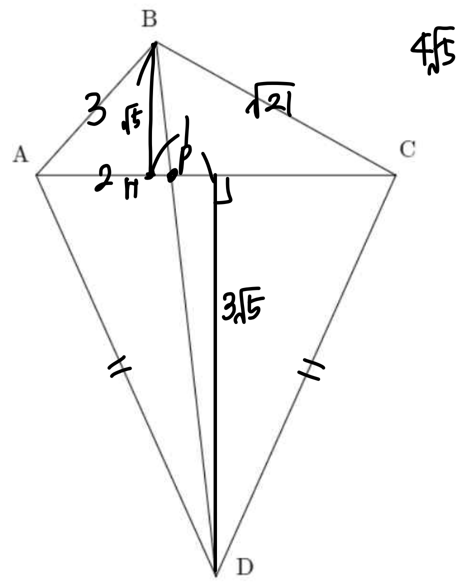
$$\boxed{\frac{37}{3}}$$

**12.** 그림과 같이

$$\overline{AB}=3,\ \overline{BC}=\sqrt{21},\ \overline{AC}=6$$

인 삼각형 ABC가 있다. $\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{BD}=9$가 되도록 점 D를 정할 때, 삼각형 ABD의 외접원의 넓이는? (단, 선분 AC와 BD는 서로 만난다.) [4점]

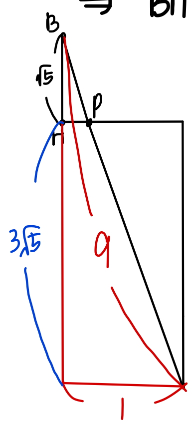
① $\frac{243}{10}\pi$ ② $\frac{126}{5}\pi$ ③ $\frac{261}{10}\pi$ ④ $27\pi$ ⑤ $\frac{279}{10}\pi$



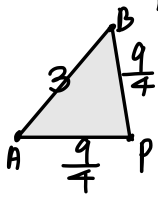

$\cos\angle ABC = \frac{1}{\sqrt{21}}$

$\cos\angle ABC = \frac{20}{\sqrt{21}}$

$\Rightarrow \overline{BH} = \sqrt{5}$




$\Rightarrow \overline{HP} = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow \overline{AD} = 3\sqrt{6}$




$\cos\angle ABP = \frac{3}{\frac{9}{2}} = \frac{2}{3}$ $\sin\angle ABP = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\left(\frac{1}{2} \times 3\sqrt{6} \times \frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2 \pi = \frac{81 \times 6}{4 \times 5}\pi = \boxed{\frac{243}{10}\pi}$

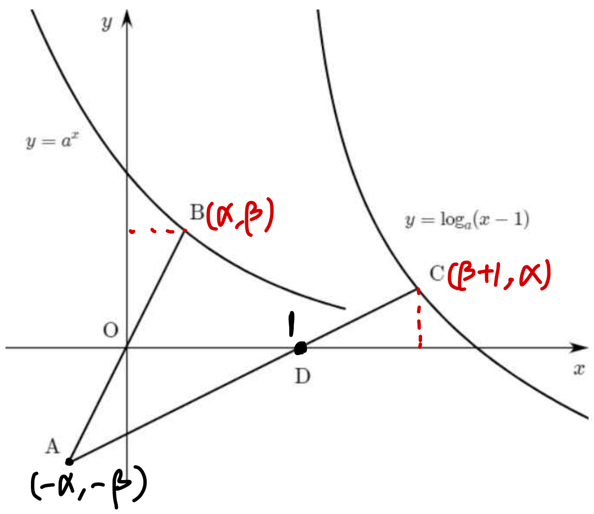
**13.** 상수 $a(0<a<1)$에 대하여 그림과 같이 제 3사분면 위에 있는 한 점을 A, 곡선 $y=a^x$위에 있고 제 1사분면에 있는 한 점을 B, 곡선 $y=\log_a(x-1)$위에 있고 제 1사분면에 있는 한 점을 C라 하자. 선분 AB의 중점은 O이고, 선분 AC가 $x$축과 만나는 교점을 D라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 점 D는 곡선 $y=\log_a(x-1)$의 점근선 위에 있고, 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기의 곱은 1이다.
>
> (나) 직선 BC의 기울기는 $-\frac{1}{4}$이다.

$\to x=1$

사각형 OBCD의 넓이를 $S$라 할 때, $\frac{S}{a}$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3




BC의 기울기 $\frac{\alpha-\beta}{\beta+1-\alpha}=-\frac{1}{4}$

$-4\alpha+4\beta=\beta+1-\alpha$

$-3\alpha+3\beta=1$

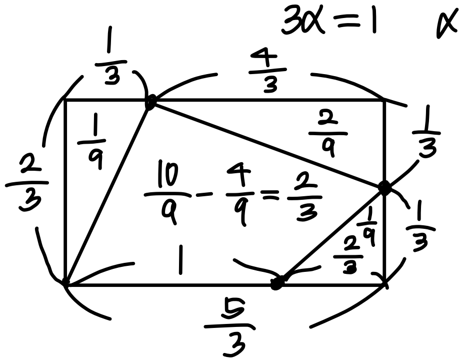
AD의 기울기 = CD의 기울기

$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\beta}{\alpha+1}$ $\alpha^2+\alpha=\beta^2$

$9\alpha^2+9\alpha=(3\alpha+1)^2$

$3\alpha=1$ $\alpha=\frac{1}{3}$ $\beta=\frac{2}{3}$

$\Rightarrow a=\frac{8}{27}$




$S=\frac{2}{3}$

$\boxed{\frac{9}{4}}$

**14.** 함수 $f(x)=x^3-3x$와 실수 $t$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} x+t & (f(x)>t) \\ x^3-2 & (f(x)\le t) \end{cases}$$

으로 정의하자. 함수 $g(x)$가 $x=k$에서 불연속인 모든 실수 $k$의 개수를 $h(t)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

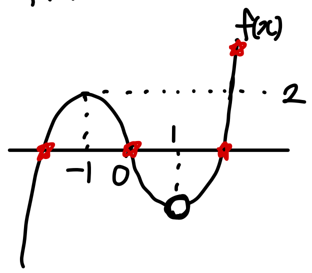
> 〈보 기〉
>
> ㄱ. $h(0)+h(4)=4$이다.
>
> ㄴ. $h(t)=2$이도록 하는 실수 $t$가 존재한다.
>
> ㄷ. 함수 $(x-p)|f(x+h(x))|$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 $p$가 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

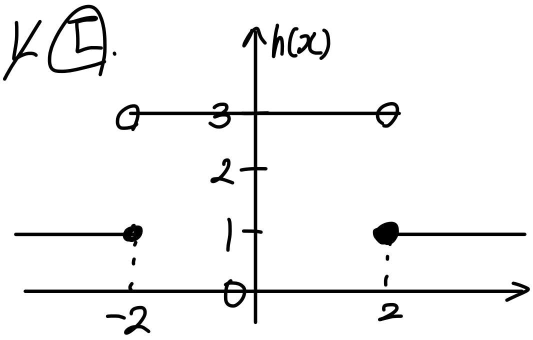
$f(x)=t$ 인데

$x^3-x-2\neq t$ 이면 불연속.

$\therefore$ $f(x)=t$ 여도 불연속이 아닌 $x=1$




ㄷ.




$|f(x+h(x))|$ 불연속 의심점

$\to x=-2$, $x=2$

$x=-2$ 주변에서는

$|f(x+1)|=|f(x+3)|$ $\Rightarrow$ 연속.

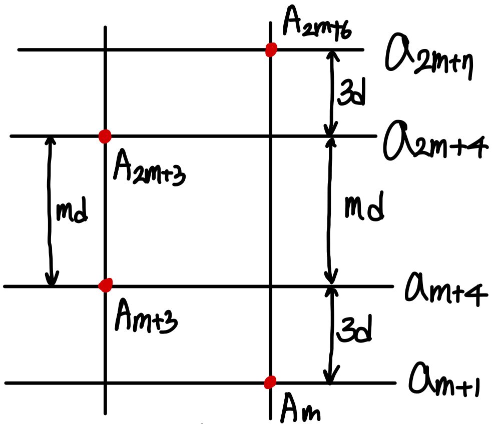
$\to$ ㄷ 참. $p=2$

15. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 모든 자연수 $n$에 대하여 좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}_n$의 좌표는 $(|a_n|, a_{n+1})$일 때, 어떤 자연수 $m$이 다음 조건을 만족시킨다.

> 사각형 $\mathrm{A}_m\mathrm{A}_{m+3}\mathrm{A}_{2m+3}\mathrm{A}_{2m+6}$은 중심이 $\left(4, \frac{1}{2}\right)$인 한 원에 내접한다.

$\frac{a_{18}}{m}$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $1$ ⑤ $\frac{5}{4}$




$|a_{m+3}| = |a_{2m+3}|$ $|a_m| = |a_{2m+6}|$

$\rightsquigarrow a_{\frac{3m}{2}+3} = 0$

$a_{\frac{3m}{2}+4} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow d = \frac{1}{2}$

$a_{2m+3} = \frac{m}{4}$

$a_{2m+6} = \frac{m}{4} + \frac{3}{2}$

$A_{m+3}\left(\frac{m}{4}, -\frac{m}{4} + \frac{1}{2}\right)$

$A_{2m+6}\left(\frac{m+6}{4}, \frac{m}{4} + 2\right)$

$\left(\frac{m}{4} - 4\right)^2 + \left(\frac{m}{4}\right)^2 = \left(\frac{m}{4} - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{m}{4} + \frac{3}{2}\right)^2$

$-2m + 16 = -\frac{5}{4}m + \frac{25}{4} + \frac{3}{4}m + \frac{9}{4}$

$\Rightarrow m = 5$

$a_{\frac{21}{2}} = 0 \Rightarrow a_{\frac{36}{2}} = \frac{15}{4}$ $\boxed{\frac{3}{4}}$

단답형

16. 방정식 $\log_2(x-5) = \log_4(x+1)$을 만족시키는 실수 $x$의 값을 구하시오. [3점]

$x^2 - 10x + 25 = x + 1$

$x^2 - 11x + 24 = 0$

$\boxed{8}$

17. 미분가능한 함수 $f(x)$가 $f(3) = 2$, $f'(3) = 3$이다. 함수

$$g(x) = x^2 f(x)$$

에 대하여 $g'(3)$의 값을 구하시오. [3점]

$g'(x) = 2xf(x) + x^2 f'(x)$

$g'(3) = 6 \cdot 2 + 9 \cdot 3$

$= \boxed{39}$

18. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{5}\{2a_k+k\}=55$일 때, $a_3$의 값을 구하시오. [3점]

$10a_3+\cancel{15}=\cancel{55}\ 40$

$\boxed{4}$

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가

$$f(-2)=0,\ \frac{f(3)}{5}=f'(3)$$

이다. 함수 $f(x)$의 역함수가 존재할 때, $f(1)$의 최솟값을 구하시오. [3점]

↳ $f'(x)\geq 0$

$f(x)=(x-3)^3+a(x-3)^2+b(x-3)+5b$

$f'(x)=3(x-3)^2+2a(x-3)+b$

$a^2-3b\leq 0$

$f(-2)=-125+25a=0$

$a=5$

$\frac{25}{3}\leq b$

$f(1)=-8+4a+3b$

$=12+25=\boxed{37}$

20. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$와 양의 상수 $k$가 모든 실수 $x$에 대하여

$$f(x)g(x)=(x+4)(x-k)^2$$

이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x)\geq g(x)$이다.

$f(x)$ 최고차항 계수 : $\frac{1}{3}$

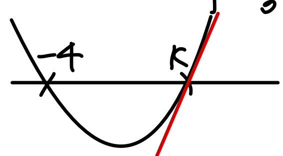
(나) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)+g(x)}{x^n}=\frac{1}{3}$이도록 하는 자연수 $n$이 존재한다.

$k+f(8)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $f(x)-g(x)\geq 0$

2차일 때만 가능.

$f=\frac{1}{3}(x+4)(x-k)$




$\frac{1}{3}(k+4)(x-k)$

3

$\rightsquigarrow k=5$

$f(8)=4\cdot 3=12$

$\boxed{17}$

**21.** 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 $n$에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}2a_n+n & (a_n \le 10)\\ a_n-a_3 & (a_n>10)\end{cases}$$

이다. $a_2>0$이고 $a_5=7$일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

$2a_n+n$ ··· 식에 $n$ 존재 ⇒ 주기 X ⇒ 나열

$a_2=k$ 라 하면 $k>0$

$$a_3=\begin{cases}2k+2 & (k\le 10)\\ k-a_3 & (k>10)\end{cases}$$

n: 2 3 4 5

$a_n$:
- $k$ → $2k+2$ → $4k+7$ → $8k+18>18$ → out
- $k$ → $2k+2$ → $4k+7$ → $2k+5$ ⇒ $k=1$ 일 때 가능.
- $k$ → $2k+2$ → $0$ → $4$ ⇒ out
- $k$ → $\frac{k}{2}$ → $k+3$ → $2k+10>10$ → out
- $k$ → $\frac{k}{2}$ → $k+3$ → $\frac{k}{2}+3$ ⇒ $k=8$이면 $(a_5 \ne a_4-a_3)$
- $k$ → $\frac{k}{2}$ → $0$ → $4$ ⇒ out

| n: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 4 | 11 | 7 | 19 | 15 | 11 | 7 | 23 |

$\boxed{98}$

**22.** 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여, 연속함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases}f(x) & (x<0)\\ f(x-3) & (x\ge 0)\end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

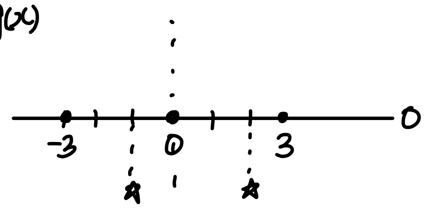
> 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 $a$의 값의 곱은 $\frac{5}{4}$이다.

$a\ne 0 \to f'(3)\ge 0,\ f'(0)\ge 0$ $(x<0)$ 범위 극대, 극소점 2개

$g(2)<0$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [4점]

$f(0)=f(-3)=0$

$g(x)$




$f(x)=x(x+3)(x-k)=x^3+(3-k)x^2-3kx$

$f'(x)=3x^2+(6-2k)x-3k$

$f'(\alpha)=f'(\beta)=0$

일 때 $\alpha+\beta=\frac{2k-6}{3}$ $\alpha\beta=-k$

$\alpha(\alpha+3)\beta(\beta+3)=\frac{5}{4}$

$(\alpha^2+3\alpha)(\beta^2+3\beta)$

$\alpha^2\beta^2+3\alpha\beta(\alpha+\beta)+9\alpha\beta$

$=k^2-9k-k(2k-6)$

$=-k^2-3k=\frac{5}{4}$

$4k^2+12k+5$

$=(2k+5)(2k+1)$

$k=-\frac{5}{2}$ $(\because k<-2)$

$f(2)=2\cdot 5\cdot \frac{9}{2}=\boxed{45}$

2024학년도 9평 대비 지인선 모의고사 문제지

제 2 교시

# 수학 영역(확률과 통계)

짝수형

5지선다형

**23.** 6개의 문자 $a$, $a$, $b$, $b$, $b$, $c$를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

① 30 ② 40 ③ 50 ④ 60 ⑤ 70

V

$$\frac{6!}{3!\cdot 2!} = \boxed{60}$$

**24.** 확률변수 $X$가 이항분포 $\mathrm{B}(100, p)$을 따르고 $E(X) = 25$일 때, $V(2X)$의 값은? [3점]

① 45 ② 60 ③ 75 ④ 90 ⑤ 105

V

$100 \times p = 25$

$p = \frac{1}{4}$

$V(2X) = 4V(X)$

$= 4 \times 100 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \boxed{75}$

25. $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^5$의 전개식에서 $x^4$의 계수는? [3점]

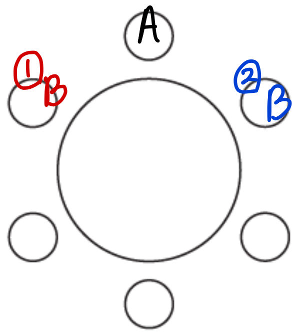
3 2

① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

$${}_5C_2 \times 4 = \boxed{40}$$

26. 네 학생 A, B, C, D를 포함한 6명의 학생이 원 모양의 탁자에 일정한 간격을 두고 임의로 모두 둘러앉을 때, A와 B는 이웃하고 C와 D는 이웃하지 않을 확률은? [3점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{7}{20}$ ⑤ $\frac{2}{5}$




B가 ① 또는 ②

① 인 경우 → C, D 배치 : 6

나머지 배치 : 2

$$\frac{2\times6\times2}{5!} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

**27.** 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 3개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 세 자리 자연수 중 3의 배수인 것의 개수는? [3점]

① 39 ② 41 ③ 43 ④ 45 ⑤ 47

V

| 합이 | | 개수 |
|---|---|---|
| 3 | 1 1 1 → | 1 |
| | 4 1 1 | 3 |
| 6 | 3 2 1 | 6 |
| | 2 2 2 | 1 |
| 9 | 5 3 1 | 6 |
| | 5 2 2 | 3 |
| | 4 4 1 | 3 |
| | 4 3 2 | 6 |
| | 3 3 3 | 1 |
| 12 | 5 5 2 | 3 |
| | 5 4 3 | 6 |
| | 4 4 4 | 1 |
| 15 | 5 5 5 | 1 |

$\boxed{41}$

**28.** 수직선의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 주사위와 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위와 동전을 동시에 던져서
> 동전의 앞면이 나오면
> 주사위에 나온 숫자만큼 점 P를 양의 방향으로 이동시키고,
> 동전의 뒷면이 나오면
> 주사위에 나온 숫자만큼 점 P를 음의 방향으로 이동시킨다.

위의 시행을 5번 반복할 때, $n(1 \le n \le 5)$번째 시행 후 점 P의 위치를 $x_n$이라 하자. $x_2 \times x_3 = 0$이고 $x_4 \times x_5 = 0$일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{96}$ ② $\frac{1}{80}$ ③ $\frac{1}{64}$ ④ $\frac{1}{48}$ ⑤ $\frac{1}{32}$

V

$P(x_3=0)$ 을 구하자.

$a+b=c$ 인 경우 ( C와 a,b 일 때 동전 면 다름 → $\frac{1}{4}$)

6 5 1 → 6
6 4 2 → 6
6 3 3 → 3
5 4 1 → 6
5 3 2 → 6
4 3 1 → 6
4 2 2 → 3
3 2 1 → 6
2 1 1 → 3

$P(x_3=0) = \frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{4}\times45$
$= \frac{5}{96}$

Case 1. $x_2=0$, $x_4=0$

$P(x_2=0, x_4=0)$
$=\{P(x_2=0)\}^2 = \frac{1}{12^2} = \frac{1}{144}$

Case 2. $x_3=0$, $x_5=0$

$P(x_3=0, x_5=0) = P(x_3=0) \times P(x_2=0)$
$= \frac{5}{96} \times \frac{1}{12}$

Case 3. $x_2=0$, $x_5=0$

$P(x_2=0) \times P(x_3=0) = \frac{1}{12} \times \frac{5}{96}$

$\boxed{\frac{1}{64}}$

**단답형**

29. 평균이 $m(m>0)$이고 표준편차가 8인 정규분포를 따르는 확률변수 $X$와 평균이 0이고 표준편차가 $\sigma$인 정규분포를 따르는 확률변수 $Y$가 있다. 실수 $t$에 대하여 두 함수 $f(t)$, $g(t)$를

$$f(t)=\mathrm{P}(t \le X \le t+4),\ g(t)=\mathrm{P}(t \le Y \le t+4)$$

로 정의할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(t)$의 최댓값은 $2g(0)$이다.
>
> (나) $f(-3)=g(4)+g(-12)$

오른쪽의 표준정규분포표를 이용하여 구한 $f(7)+g(-4)$의 값을 $p$라 하자. $1000p$의 값을 구하시오. [4점]

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 0.25 | 0.099 |
| 0.50 | 0.196 |
| 0.75 | 0.273 |
| 1.00 | 0.341 |

$f$ 최대: $P(-\frac{1}{4} \le Z \le \frac{1}{4})$
$= 2P(0 \le Z \le \frac{4}{\sigma})$
$= P(-\frac{4}{\sigma} \le Z \le \frac{4}{\sigma})$
$\therefore \sigma = 16$

$g(4)+g(-12)$
$= P(4 \le Y \le 12) = P(\frac{1}{4} \le Z \le \frac{3}{4})$

$f(-3) = P(\frac{-3-m}{8} \le Z \le \frac{1-m}{8})$

$\therefore m = 3$ or $-5$

$\therefore f(7) = P(\frac{1}{2} \le Z \le 1)$
$\rightarrow 0.145$

$g(-4) = P(-\frac{1}{4} \le Z \le 0)$
$\rightarrow 0.099$

$\boxed{244}$

30. 다음 조건을 만족시키는 정수 $a$, $b$, $c$, $d$, $e$의 순서쌍 $(a, b, c, d, e)$의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $a+b+c+|d|+|e|=1$
>
> (나) $a$, $b$, $c$는 모두 $-1$ 이상의 정수이다.

$A = a+1$
$B = b+1$
$C = c+1$

$A+B+C+|d|+|e| = 1$

| | |
|---|---|
| 4 | 0 $\rightarrow {}_3H_4$ |
| 3 | 1 $\rightarrow {}_3H_3 \times 4$ |
| 2 | 2 $\rightarrow {}_3H_2 \times 8$ |
| 1 | 3 $\rightarrow {}_3H_1 \times 12$ |
| 0 | 4 $\rightarrow {}_3H_0 \times 16$ |

$15+40+48+36+16$
$= \boxed{155}$

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\dfrac{4}{n}+\cancel{\dfrac{3}{n^2}}}{\dfrac{1}{n}+\cancel{\dfrac{2}{n^2}}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. $\int_0^{\pi} x\cos\left(\cancel{x+\dfrac{3}{2}\pi}\right)dx$의 값은? [3점]

sinx

① $-\pi$ ② $-\dfrac{\pi}{2}$ ③ 0 ④ $\dfrac{\pi}{2}$ ⑤ $\pi$

$\int_0^{\pi}\frac{\pi}{2}\sin x\,dx=\pi$

**25.** 곡선 $x^2 - xy - y^2 = 1$ 위의 점 $(2, 1)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

$2x - y - xy' - 2yy' = 0$

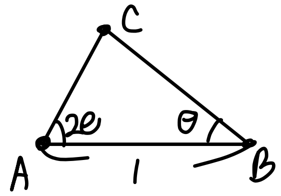
$4 - 1 = 4y'$

**26.** 선분 AB의 길이가 1인 삼각형 ABC에 대하여

$$\angle \mathrm{ABC} = \theta, \ \angle \mathrm{BAC} = 2\theta$$

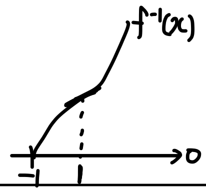
이다. 삼각형 ABC의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta}$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$이다.) [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$




$S(\theta) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times 3\theta$

$= \frac{\theta}{3}$




**27.** $x>1$에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(e)=e$, $\int_1^2 f(e^x)dx=e^2$
>
> (나) 함수 $\frac{f(x)}{\ln x}$의 도함수는 $\frac{1}{(\ln x)^2}$이다.

$f(e^2)$의 값은? [3점]

① $e^2$ ② $\frac{3}{2}e^2$ ③ $2e^2$ ④ $\frac{5}{2}e^2$ ⑤ $3e^2$

$$\frac{f(x)\ln x-\frac{f(x)}{x}}{(\ln x)^2}=\frac{1}{(\ln x)^2}$$

$$\rightarrow f'(x)\ln x-1=\frac{f(x)}{x}$$

$$\int_e^{e^2}\frac{f(t)}{t}dt=e^2$$

$$\int_e^{e^2} f'(t)\ln t-1\,dt$$

$$\ln t f(t)\Big|_e^{e^2}-\underbrace{\int_e^{e^2}\frac{f(t)}{t}dt}_{e^2}-(e^2-e)=e^2$$

$$2f(e^2)-e-e^2-e^2+e=e^2$$

$$f(e^2)=\frac{3}{2}e^2$$

**28.** 함수 $x^3-3x^2+4x+8$의 역함수를 $f(x)$라 하자. 구간 $(0,\infty)$에서 함수

$$g(x)=\sin\left(\frac{25}{4}\pi f(x)-\frac{25}{16}\pi x\right)$$

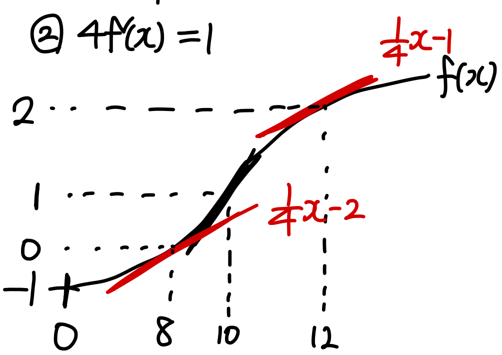
가 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 $x$의 값을 작은 수부터 크기 순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \cdots$이라 하자. $|g(\alpha_n)|<1$인 자연수 $n$에 대하여 $n+\alpha_n$의 값은? [4점]

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

$$g(x)=\sin\left(\frac{25}{16}\pi x\right)\circ(4f(x)-x)$$

① $\sin\left(\frac{25}{4}\pi f(x)-\frac{25}{16}\pi x\right)=\pm1$

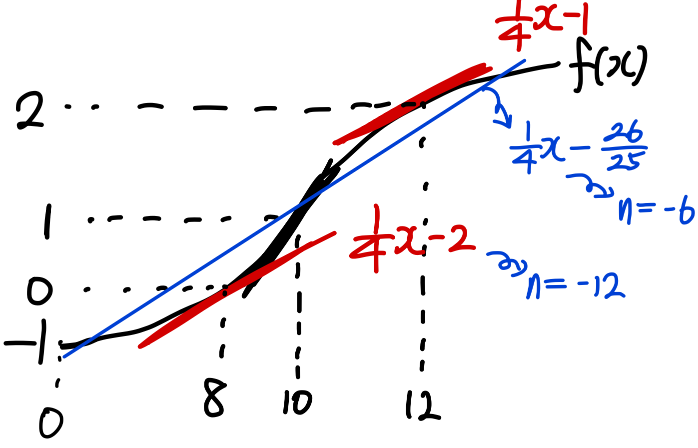
② $4f'(x)=1$




① $\rightarrow f(x)=\frac{x}{4}+\frac{1}{4}\left(\frac{8}{25}(2n-1)\right)$

$\sim y=\frac{1}{4}x-2$는 ①에 포함.

$\therefore a_n=12$




$n$: $-6$ $-7$ $-8$ $-9$ $-10$ $-11$ $-12$

$x<12$

실근개수: 2 2 2 2 2 2 1

$\rightarrow n:14$ $\boxed{26}$

단답형

29. 두 상수 $a$, $b$에 대하여 $t=0$일 때 좌표평면 위의 한 점 $\mathrm{A}(8,\ a)$에서 출발하여 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 속도는 $\left(1-\frac{b}{(t+1)^2},\ 2t-6\right)$이다. 출발한 후 점 P는 원점을 두 번 지날 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

$A\left(t+\frac{b}{t+1}-b+8,\ t^2-6t+a\right)$

P가 원점: $t^2-6t+a=0$ 인 t와
$t^2+t+b+(-b+8)(t+1)=0$ 인 t가 일치

$t^2-6t+a=t^2+(-b+9)t+8$

$b=15,\ a=8$

$\boxed{23}$

30. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=f(x)e^x$으로 정의하자. 실수 $t$에 대하여 함수 $h(x)$는

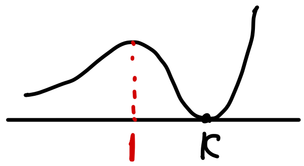
$$h(x)=\begin{cases} g'(t)(x-t)+g(t) & (x \leq t) \\ g(x) & (x > t) \end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 실수 $t$의 값의 범위는 $t<1$이다.

| |
|---|
| 방정식 $h(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다. |

$f(10)$의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \to -\infty} g(x)=0$이다.) [4점]

$t \to -\infty$ 인 상황에서 생각해보면
$f(x)=(x-k)^2$




$\to k=3$

$f(10)=\boxed{49}$

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

# 수학 영역(기하)

짝수형

5지선다형

**23.** 포물선 $y^2=8(x-a)$의 준선은 $y$축이다. $a$의 값은? [2점]

① $-1$ ② $0$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

$y^2=8x$ 의 준선은 $x=-2$

$\rightarrow a=2$

**24.** 좌표공간의 점 $\mathrm{A}(2,\ k,\ -1)$을 $y$축에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하자. 점 $\mathrm{C}(-1,\ 0,\ 4)$에 대하여 선분 BC의 길이는 4일 때, 양수 $k$의 값은? [3점]

① $2$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

$B(-2,\ k,\ 1)$

$\overline{BC}=\sqrt{1^2+k^2+3^2}=4$

$k^2=6$

**25.** 좌표평면 위의 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$위의 점 $(2, 3)$에서의 접선의 $x$절편은 1일 때, $a\times b$의 값은? (단, $a$, $b$는 양수이다.) [3점]

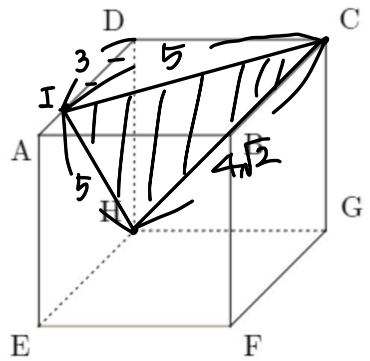
① $2\sqrt{2}$　② $3\sqrt{2}$　③ $4\sqrt{2}$　④ $5\sqrt{2}$　⑤ $6\sqrt{2}$

$\frac{4}{a^2}-\frac{9}{b^2}=1$

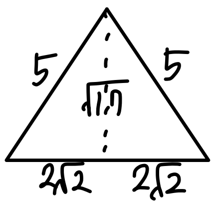
$\underbrace{\frac{2x}{a^2}-\frac{3y}{b^2}=1}$ → 접선이 $(1, 0)$ 지남

$a=\sqrt{2}$
$b=3$

**26.** 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정육면체 ABCD$-$EFGH가 있다. 선분 AD를 $1:3$으로 내분하는 점을 I라 할 때, 삼각형 IHC의 넓이는? [3점]



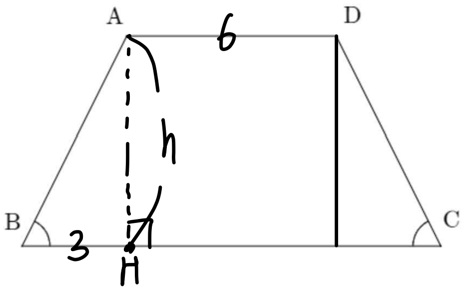

① $2\sqrt{34}$　② 12　③ $2\sqrt{38}$　④ $4\sqrt{10}$　⑤ $2\sqrt{42}$



**27.** 그림과 같이 선분 AD와 BC가 평행하고 $\angle ABC = \angle BCD$인 사다리꼴 ABCD가 있다.

$$|\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{AD}| = 6,\quad \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DB} = 63$$

일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [3점]




① 42 ② 45 ③ 48 ④ 51 ⑤ 54

$|\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BA}| = 6$

$\rightsquigarrow 2|\overrightarrow{BH}| = 6$

$\overline{BH} = 3$

$\overrightarrow{AB} = (-3, -h)$

$\overrightarrow{DB} = (-9, -h)$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DB} = 27 + h^2 = 63$

$h^2 = 36$

$h = 6$

넓이 : 54

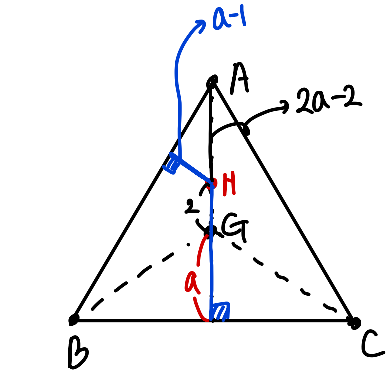
**28.** 정삼각형 ABC를 한 면으로 하는 사면체 ABCD에 대하여, 삼각형 ABC의 무게중심을 G, 점 D에서 평면 ABC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 선분 AG위에 있고

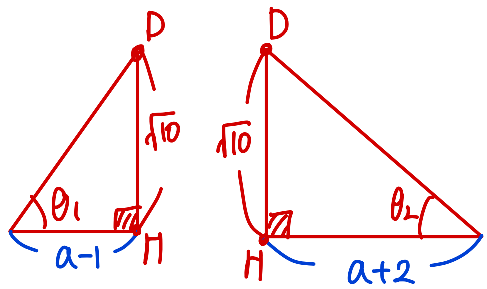
$$\overline{GH} = 2,\ \overline{DH} = \sqrt{10}$$

이다. 평면 ABD와 평면 ABC가 이루는 예각의 크기를 $\theta_1$, 평면 BCD와 평면 ABC가 이루는 예각의 크기를 $\theta_2$라 하면 $\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$일 때, 사면체 ABCD의 부피는? [4점]

① $6\sqrt{30}$ ② $\frac{15}{2}\sqrt{30}$ ③ $9\sqrt{30}$ ④ $\frac{21}{2}\sqrt{30}$ ⑤ $12\sqrt{30}$

위에서 바라보면




$a-1 : \sqrt{10} = \sqrt{10} : a+2$

$a^2 + a - 2 = 10$

$a = 3$

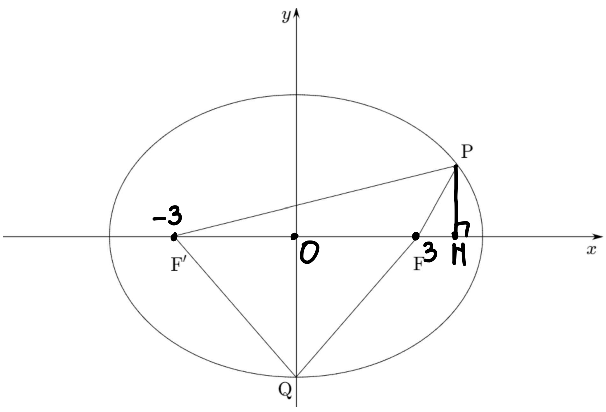
사면체 ABCD의 부피 $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 \times \sqrt{10} \times \frac{1}{3}$

$= 9\sqrt{30}$

$\overline{AC}$ : 지름, $\angle B = \frac{\pi}{2}$

**단답형**

29. 그림과 같이 두 초점이 F(3, 0), F′(−3, 0)인 타원이 있다. 이 타원 위의 제 1사분면에 있는 한 점을 P, 타원과 $y$축의 두 교점 중 $y$좌표가 음수인 점을 Q라 하자. 삼각형 QFF′의 내접원의 넓이는 삼각형 PFF′의 내접원의 넓이의 4배이고, 점 P에서 타원에 접하는 접선의 기울기는 $-\frac{2}{7}\sqrt{21}$일 때, 이 타원의 단축의 길이는 $k$이다. $k^2$의 값을 구하시오. [4점]




$r_1$ $r_2$

△QFF′의 내접원 반지름 : △PFF′의 내접원 반지름

$= 2 : 1$

타원의 성질에 의해

$(\overline{QF} + \overline{QF'}) + \overline{FF'} = (\overline{PF'} + \overline{PF}) + \overline{FF'}$

$\therefore \overline{QO} : \overline{PH} = 2 : 1$

$$\frac{x^2}{4a^2+9} + \frac{y^2}{4a^2} = 1$$

라 두면 $\overline{PH} = a$

$P\left(\sqrt{\frac{3}{4}(4a^2+9)}, a\right)$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{4a^2+9}}x + \frac{1}{4a}y = 1$$

$$-\frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{4a^2+9}} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{17}}$$

$\sqrt{17}a = \sqrt{4a^2+9}$

$a = \sqrt{3} \Rightarrow k = 4\sqrt{3}$

$\boxed{48}$

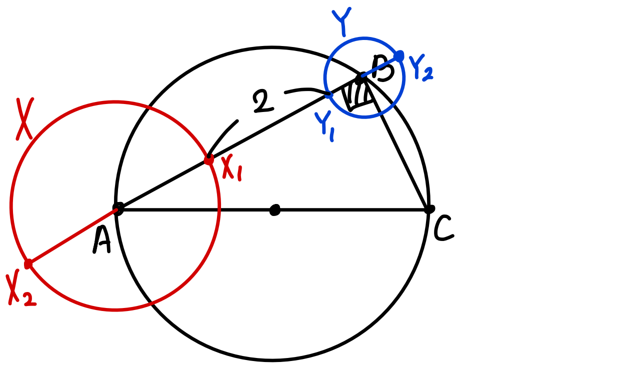
30. 좌표평면 위의 반지름의 길이가 2인 원 위의 세 점 A, B, C가 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, $|\overrightarrow{AB}| > 2$을 만족시킨다.

$\angle BAC < \angle ACB$

$|\overrightarrow{AX}| = \frac{3}{2}$, $|\overrightarrow{BY}| = \frac{1}{2}$을 만족시키는 두 점 X, Y에 대하여 $|\overrightarrow{XY}|$가 최소가 되도록 하는 두 점 X, Y를 각각 $X_1$, $Y_1$, $|\overrightarrow{XY}|$가 최대가 되도록 하는 두 점 X, Y를 각각 $X_2$, $Y_2$라 하면

$$\overrightarrow{CX_1} \cdot \overrightarrow{CY_2} + \overrightarrow{CX_2} \cdot \overrightarrow{CY_1} = \frac{17}{2}$$

이다. 삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{7}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]




$\overline{AB} = p$, $\overline{BC} = \sqrt{16-p^2}$ 으로 두면

$\overrightarrow{CX_1} \cdot \overrightarrow{CY_2} = (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BX_1})(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BY_2})$

$= |\overrightarrow{CB}|^2 - \frac{1}{2}(p - \frac{3}{2})$

$\overrightarrow{CX_2} \cdot \overrightarrow{CY_1} = (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BX_2})(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BY_1})$

$|\overrightarrow{CB}|^2 + \frac{1}{2}(p + \frac{3}{2})$

$2(\overline{CB})^2 + \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$

$\overline{CB} = \sqrt{\frac{7}{2}}$ $\quad \overline{AB} = \frac{5}{\sqrt{2}}$

$\frac{5\sqrt{7}}{4}$

$\boxed{9}$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.