제 2 교시

간격곱 적용 기출문제 Ver.2

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

아무개tv 만세 ??? 런. 멍미

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

※ **시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.**

미적초보

01

120926

함수 $f(x)=(x^3+5)(x^2-1)$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하시오.

$6\times2=12$

MEMO

풀이

위 과정을 수식으로 표현하면 .

$f(x)=(x^3+5)(x+1)(x-1)$ 에서

$$f'(1)=\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x^3+5)(x+1)(x-1)}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to1}(x^3+5)(x+1)=(1+5)\times(1+1)=6\times2=\underline{12}$$

$f(x)=(x-a)g(x)$ 꼴일 때,

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\lim_{x\to a}\frac{(x-a)g(x)}{x-a}=\lim_{x\to a}g(x)$$ 이고,

$g(x)$가 $x=a$에서 연속임이 보장되어 있다면

$f'(a)=g(a)$로 나타낼 수 있다.

($f(x)$가 다항식이고 $f(a)=0$ 이면 인수정리에 의해

$f(x)=(x-a)g(x)$ 이고 $g(x)$ 역시 다항식이므로 연속성 보장)

02

030303

$f(x)=(x-1)(x^2+x+1)$에 대하여 미분계수 $f'(1)$의 값은?

3

MEMO

풀이

$$f'(1) = x^2 + x + 1 \Big|_{x=1} = 3$$

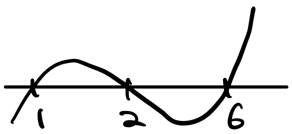
03

131026

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 a가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(a)$의 값을 구하시오.

(가) $f(a)=f(2)=f(6)$

(나) $f'(2)=-4$



뒤

MEMO

풀이

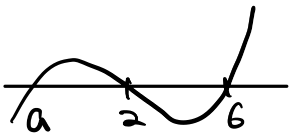
$f(x)=(x-a)(x-2)(x-6)+k$

$f'(2)=\underset{x\to 2}{\underline{\quad}}(x-a)(x-6)=-4(2-a)=-4$

$a=1$

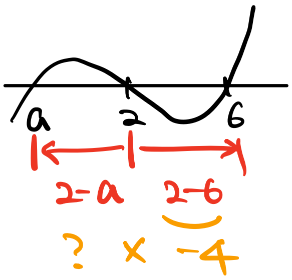
$f'(1)=\underset{x\to 1}{\underline{\quad}}(x-2)(x-6)=\boxed{5}$

수식적으로 이러한 상황은



← 최계 양수 $f'(2)<0$ 상황이므로

a는 방정식 $f(x)=f(2)$의 가장 작은 근

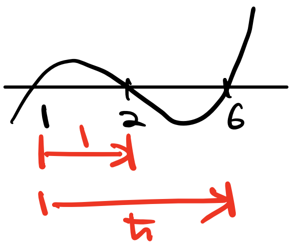


$f'(2)=(2-a)\times(2-6)$ 의 상황은.

근 간격의 곱으로 해석 가능.

이 값이 -4이려면. ?의 값이 1이어야함.

→ $a=1$.



$f'(1)$ 역시.

$f'(1)=(1-2)(1-6)$ 으로 나타낼 수 있음.

$f'(1)=(-1)\times(-5)$.

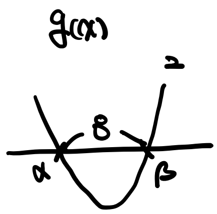
04

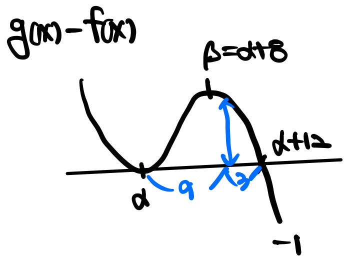
180630

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(\alpha)=g(\alpha)$이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$인 실수 α가 존재한다.
>
> (나) $f'(\beta)=g'(\beta)=16$인 실수 β가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$의 값을 구하시오.





$9\times9\times3=\underline{243}$.

MEMO

풀이

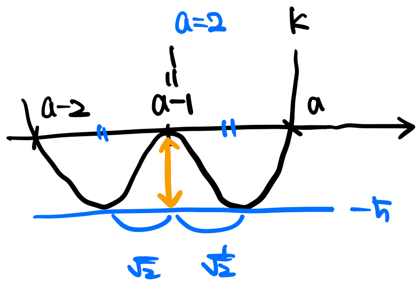
05

20경찰16

사차함수 $f(x)=k(x-1)(x-a)(x-a+1)(x-a+2)$ $(k>0)$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 사차방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다. 중근포함 $=1$
(나) 함수 $f(x)$의 두 극솟값의 곱은 25이다. 극소$\neq 0$ 극대$=0$.

두 상수 a, k에 대해 ak의 값은?



$k \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 = 5$

$k=20$

$ak=40$

MEMO

풀이

06

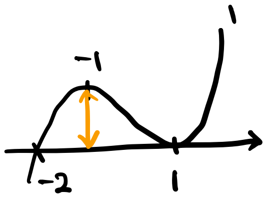
24경찰21

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<1) \\ -f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

$\to f(1)=f'(1)=0$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $x=-1$에서 극값을 가질 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오.



$1\times2\times2=4$

MEMO

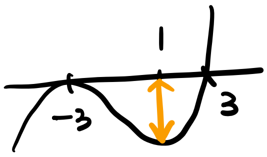
풀이

07

200318

$a>0$인 상수 a에 대하여 함수 $f(x)=|(x^2-9)(x+a)|$가
오직 한 개의 x값에서만 미분가능하지 않을 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은?

$a=3$



$4\times4\times2=\underline{32}$

MEMO

풀이

08

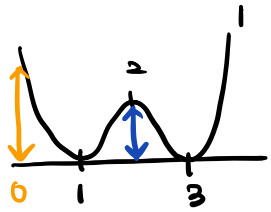
070722

원점을 지나는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y=f(x)$가 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $f(2+x)=f(2-x)$ $x=2$ 선대칭
(나) $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

이때, $f(x)$의 극댓값을 a라 할 때, a^2의 값을 구하시오.

$1^2 \times 3^2 = 9$



$1^4 = 1$.

$a = 0-9+1 = -8$

$a^2 = \underline{64}$

MEMO

풀이

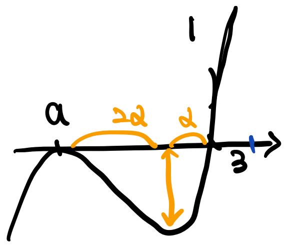
09

211010

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 3보다 작은 실수 a에 대하여 함수

$$g(x) = |(x-a)f(x)|$$

가 $x=3$에서만 미분가능하지 않다. 함수 $g(x)$의 극댓값이 32일 때, $f(4)$의 값은?



$4d^3=32$
$d=2$

$f(4)=1\times 7=\boxed{7}$

MEMO

풀이

10

201130

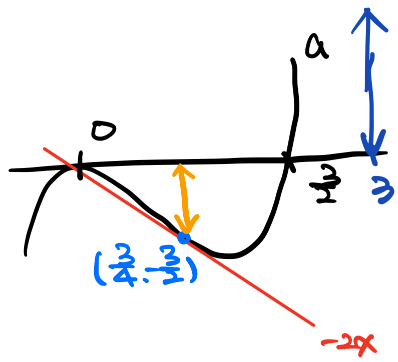
최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(나) 방정식 $f(x)+x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(x)-x=-2x$

$f(0)=0,\ f'(1)=1$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

$f(x)-x$ 의 개형.



$a\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{3}{2}$

$a=\frac{32}{9}$

$f(3)-3=\frac{32}{9}\times 9\times\frac{3}{2}$

51

MEMO

풀이

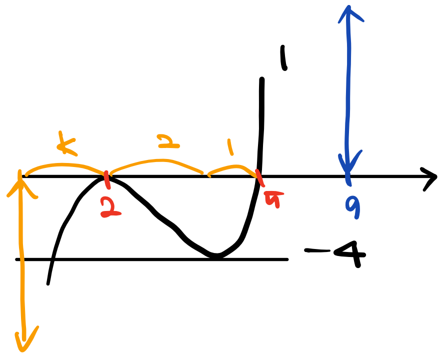
11

150930
(고2)

최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=-20$인 삼차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 직선 $y=t$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 점의 개수 $g(t)$는

$$g(t)=\begin{cases} 1 & (t<-4 \text{ 또는 } t>0) \\ 2 & (t=-4 \text{ 또는 } t=0) \\ 3 & (-4<t<0) \end{cases}$$

이다. $f(9)$의 값을 구하시오.



$k^2(k+3)=20$

4×5

$k=2$.

$f(9)=49\times4=\underline{196}$

MEMO

풀이

12

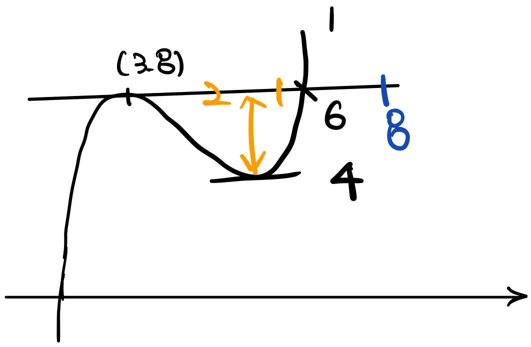
230922

최고차항의 계수가 1이고 $x=3$에서 극댓값 8을 갖는 삼차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq t) \\ -f(x)+2f(t) & (x < t) \end{cases}$$

y=f(t) 선대칭

라 할 때, 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 $t=a$에서 불연속인 a의 값이 두 개일 때, $f(8)$의 값을 구하시오.



$f(8)=8+5\times5\times2=\boxed{58}$

MEMO

풀이

13

191130

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2,\ 0)$에서의 접선은 모두 x축이다.
>
> (나) 점 $(2,\ 0)$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수는 2이다.
>
> (다) 방정식 $f(x)=g(x)$는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x>0$인 모든 실수 x에 대하여

$$g(x) \le kx-2 \le f(x)$$

를 만족시키는 실수 k의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β라 할 때, $\alpha-\beta=a+b\sqrt{2}$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오.
(단, a, b는 유리수이다.)

$2p^3=2$. $p=1$

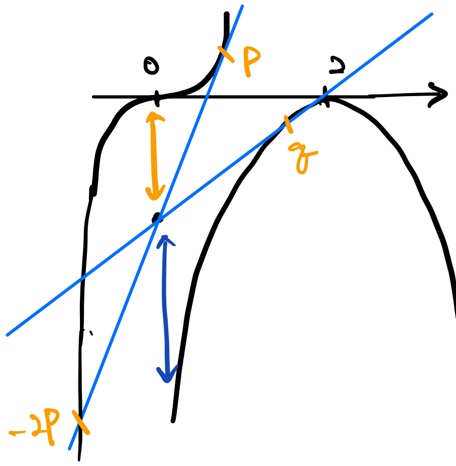
$q^2=2$ $q=\sqrt{2}$

$\alpha=f'(p)=3$.

$\beta=g'(q)=2(2-\sqrt{2})$

$\alpha-\beta=2\sqrt{2}-1$

$4+1=\boxed{5}$



MEMO

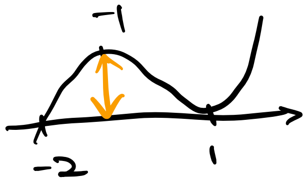
풀이

14

121029

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(x)$의 극댓값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)=f'(-x)$이다.
(나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값 0을 갖는다.



4

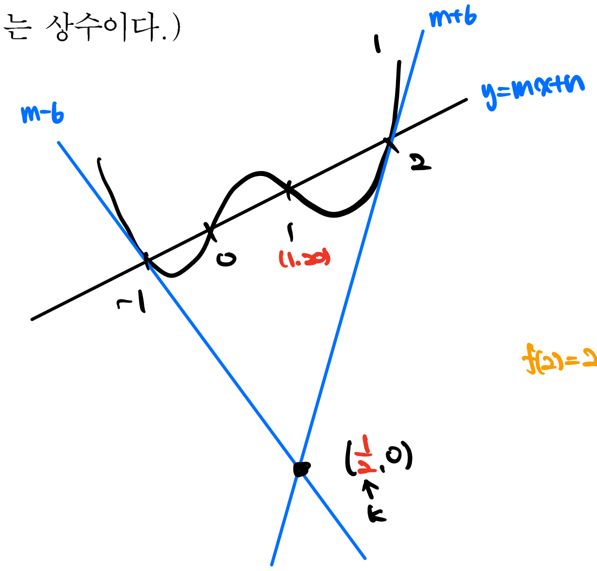
MEMO

풀이

15

200930

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 네 개의 수 $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$에서의 접선과 점 $(2, f(2))$에서의 접선이 점 $(k, 0)$에서 만난다. $f(2k)=20$일 때, $f(4k)$의 값을 구하시오.
(단, k는 상수이다.)



$f(2)=20+m=\frac{3}{2}(m+6)$

$m=22$

답: $\underline{42}$

MEMO

풀이

16

24사관22

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=x|f(x)|$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 극한

$f(x)=x(x-\alpha) \quad \alpha\neq0$

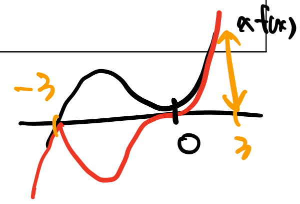
또는 $f(x)=(x-\alpha)^2$

$$\lim_{h\to0+}\left\{\frac{g(t+h)}{h}\times\frac{g(t-h)}{h}\right\}$$가 양의 실수로 수렴하는 실수 t의 개수는 1이다.

(나) x에 대한 방정식 $\{g(x)\}^2+4g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$g(x)=0$ or $g(x)=-4$

$g(3)$의 값을 구하시오.



$g(3)=6\times3\times3=\underline{54}$

MEMO

풀이

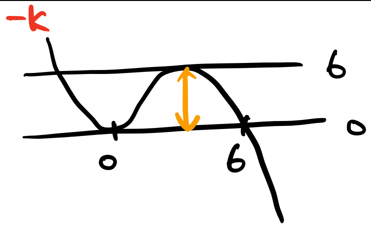
17

151130 (고2)

삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=t$가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(x)$, $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=0$, $x=6$에서 불연속이다. 극값정보.
(나) 함수 $f(x)g(x)$는 모든 실수에서 연속이다. $f(0)=f(6)=0$.
(다) $f(5)f(7)<0$

$f(-4)$의 값을 구하시오.



$k\times4\times4\times2=6$

$k=\frac{3}{16}$

$f(-4)=\frac{3}{16}\times4\times4\times10=\underline{30}$

MEMO

풀이

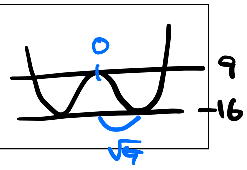
18

210715

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$에 대하여 방정식 $f'(x)=0$의 서로 다른 세 실근 α, 0, $\beta(\alpha<0<\beta)$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=9$는 서로 다른 세 실근을 갖는다.

(나) $f(\alpha)=-16$



함수 $g(x)=|f'(x)|-f'(x)$에 대하여 $\int_0^{10} g(x)dx$의 값은?

$= \begin{cases} 0 & f'(x) \geq 0 \\ -2f' & f'(x) \leq 0 \end{cases}$

$25 \times 2 = \underline{50}$

MEMO

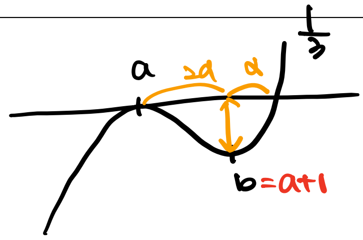
풀이

19

140719

양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=\int_0^x (t-a)(t-b)dt$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은?

(가) 함수 $f(x)$는 $x=\frac{1}{2}$에서 극값을 갖는다.
(나) $f(a)-f(b)=\frac{1}{6}$



$4\alpha^3=\frac{1}{2}$. $\alpha=\frac{1}{2}$

$a+b=2a+1=\underline{2}$

MEMO

풀이

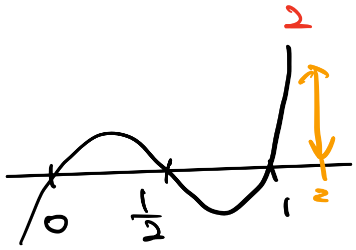
20

220908

삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}=1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?



$2\times2\times\frac{3}{2}\times1=\underline{6}$

MEMO

풀이