

# 0회 정답 및 해설

1	②	7	①	13	④	19	⑤	25	22
2	⑤	8	②	14	③	20	④	26	32
3	①	9	⑤	15	③	21	①	27	195
4	③	10	⑤	16	②	22	18	28	13
5	①	11	④	17	①	23	27	29	5
6	④	12	②	18	③	24	15	30	12

## 1. [수 I] 행렬과 그래프

행렬  $3A$ 의 모든 성분의 합이 15이므로 행렬  $A$ 의 모든 성분의 합은 5이다.  
 $\therefore 2+0+1+a=5$ 에서  $a=2$

정답 ②

## 2. [수 III] 삼각함수

$\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 에서  $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = -\frac{3}{4}$   
 $\therefore \cos 4\theta = 2\cos^2 2\theta - 1 = \frac{1}{8}$

정답 ⑤

## 3. [수 III] 미분법

$f(x) = xe^{-x^2}$ 에서  $f'(x) = e^{-x^2} + (-2x^2e^{-x^2})$   
 $\therefore f'(\sqrt{2}) = -\frac{3}{e^2}$

정답 ①

## 4. [수 I] 수열

$a_n = a_1 + (n-1)d$ 라 하면  
 $a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 4a_1 + 10d = 5a_1$ 에서  
 $a_1 = 10d$ 이다.  
 $\therefore a_k = (k+9)d = 20d$ 에서  $k=11$

정답 ③

## 5. [적통] 확률

$P(A) + P(B^c) = P(A) + (1 - P(B)) = \frac{1}{2}$ 에서  
 $P(A) - P(B) = -\frac{1}{2}$  ... (㉠)  
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{4}$  ... (㉡)  
 ( $\therefore$  두 사건 A, B가 배반)  
 $\therefore$  두 식 (㉠), (㉡)을 연립하면  $P(B) = \frac{5}{8}$

정답 ⑤

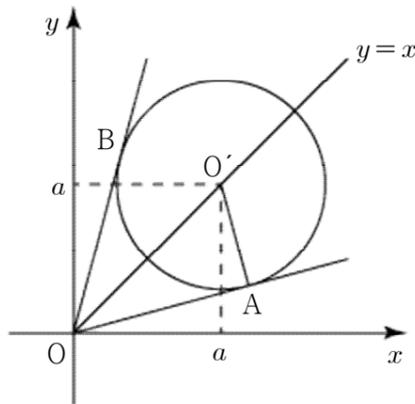
## 6. [수 I] 수열의 극한

무한급수  $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{a_n + 2n}{n})$ 이 수렴하므로  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 2n}{n} = 0$ , 즉  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = -2$ 이고  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + nb_n) = 3$ 에서  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{a_n}{n} + b_n) = 0$   
 이므로  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2$

정답 ④

## 7. [기백] 일차변환과 행렬

행렬  $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환  $f$ 는 회전변환이다.



점 A가 회전변환  $f$ 에 의해 옮겨지는 점을 B라 할 때, 그림과 같이  $\theta$ 가 최대가 되는 경우는 직선 OA와 직선 OB가 원 C에 접하는 경우이다.

원 C의 중심을 O'라 할 때, 원의 접선의 성질에 의해  $\angle AOO' = \angle BOO' = \frac{\pi}{6}$ 이므로 (단, O는 원점)

$OO' = AO' \times \sec \frac{\pi}{6} = 12$ 이고, 점 O'는 직선  $y=x$ 에 있으므로 직선 OO'가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기는  $\frac{\pi}{4}$ 이다.

$\therefore a = OO' \times \cos \frac{\pi}{4} = 6\sqrt{2}$

정답 ①

## 8. [적통] 확률

철수가 확인한 숫자가 영희가 확인한 숫자보다 큰 사건을 A라 할 때,  $n(A) = {}_{10}C_2 = 45$ 이다. (10개의 공 중 임의로 2개를 선택해 큰 숫자가 적힌 공을 철수에게 준다고 생각) 두 사람이 확인한 숫자의 합이 짝수인 사건을 B라 할 때, 이는 모두 짝수를 확인한 경우 또는 모두 홀수를 확인한 경우이므로 (i) 모두 짝수를 확인한 경우 짝수가 적힌 5개의 공 중 임의로 2개를 선택해 큰 숫자가 적힌 공을 철수에게 주는 경우와 같으므로, 경우의 수는  ${}_5C_2 = 10$ 이다. (ii) 모두 홀수를 확인한 경우 (i)과 마찬가지로 경우의 수는  ${}_5C_2 = 10$ 이다.  $\therefore$  구하는 확률  $P(B|A)$ 은  $\frac{10+10}{45} = \frac{4}{9}$ 이다.

정답 ②

## 9. [적통] 순열과 조합

다항식  $(x+x^2+\dots+x^n)(x+1)^n$ 의 전개식에서  $x^n$ 의 계수는 다항식  $(x+1)^n$ 의 전개식에서 (상수항)+(x의 계수)+...+( $x^{n-1}$ 의 계수)와 같으므로  ${}_nC_0 + {}nC_1 + \dots + {}nC_{n-1} = 2^n - 1 = 63$ , 즉,  $n=6$ 이다.  $\therefore$  구하는  $x^2$ 의 계수는  ${}_6C_0 + {}_6C_1 = 7$

정답 ⑤

## 10. [적통] 통계

주어진 제시문에서  $\hat{p} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ 이고,

$$\text{신뢰구간} \left[ \hat{p} - k \frac{\sqrt{\frac{1}{5} \times \frac{4}{5}}}{\sqrt{100}}, \hat{p} + k \frac{\sqrt{\frac{1}{5} \times \frac{4}{5}}}{\sqrt{100}} \right],$$

즉,  $\left[ \hat{p} - \frac{k}{25}, \hat{p} + \frac{k}{25} \right]$ 가  $[a, 3a]$ 와 같으므로

$\hat{p} = 2a$ 에서  $a = \frac{1}{10}$ 이고,  $\frac{k}{25} = a$ 에서  $k = 2.5$

$\therefore P(|Z| \leq 2.5) = 2P(0 \leq Z \leq 2.5) = 0.98$   
 이므로  $x = 98$

정답 ⑤

## 11. [기백] 벡터

구  $S_1$ 의 중심과 평면  $\alpha$ 와 구  $S_1$ 의 접점을 지나는 직선은 평면  $\alpha$ 에 수직이므로 평면  $\alpha$ 의 법선벡터를  $\vec{n}$ 이라 할 때,  $\vec{n} = (2-0, 2-0, 2-1) = (2, 2, 1)$ 이다.

따라서 평면  $\alpha$ 의 방정식이  $2(x-2) + 2(y-2) + (z-2) = 0$   
 즉,  $2x + 2y + z = 10$ 이므로 점  $(4, 4, 9)$ 와 평면  $\alpha$ 와의 거리가 구  $S_2$ 의 반지름이다.

$\therefore$  구하는 구  $S_2$ 의 반지름은

$$\frac{2 \times 4 + 2 \times 4 + 9 - 10}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 5$$

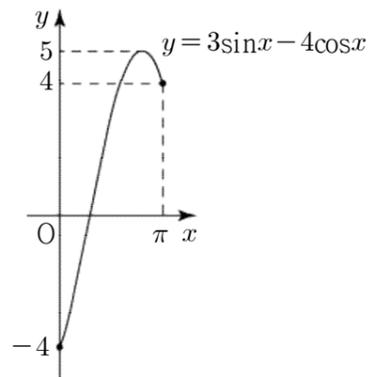
정답 ④

## 12. [수 III] 삼각함수

$3\sin x - 4\cos x = 5\sin(x-\alpha)$  이므로

(단,  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ )

$y = 3\sin x - 4\cos x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ )의 그래프를 나타내면 다음과 같다.



(i)  $1 \leq n \leq 3$ ,  $n=5$  일 때,  $a_n = 1$

(ii)  $n=4$  일 때,  $a_n = 2$

(iii)  $n \geq 6$  일 때,  $a_n = 0$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 \times 4 + 2 \times 1 = 6$

정답 ②

## 13. [수 I] 지수함수와 로그함수

점 A의 x좌표를 k라 하면 점 C의 x좌표는

$k - 2^k$  이므로,  $\frac{2^k - 2^{k-2^k}}{2^k} = \frac{3}{5}$ 에서

$2^k = t$ 로 치환하면

$$\frac{t - \frac{t}{2^t}}{t} = 1 - \frac{1}{2^t} = \frac{3}{5} (\because t > 0) \text{ 이므로}$$

$2^t = \frac{5}{2}$  이다.

$\therefore$  (점 A의 y좌표)  $= t = \log_2 5 - 1$

정답 ④

14. [수 III] 미분법 + [적통] 적분법

$\overline{OB} = \overline{OC}$  이므로 두 점 B, C의 x좌표를 각각 p, -p라 하자.

$$S_1 = \int_0^p a^x dx = \frac{1}{\ln a} (a^p - 1)$$

$$S_2 = \int_{-p}^0 a^x dx = \frac{1}{\ln a} \left( \frac{a^p - 1}{a^p} \right)$$

이므로  $S_1 S_2 = k(S_1 - S_2)$ 에서  $k = \frac{1}{\ln a}$  이다.

한편,  $\overline{OB} = \overline{OC}$  이기 위해서는

방정식  $a^x = 2x$ 의 해가 존재해야 하는데 원점에서 곡선  $y = a^x$ 에 그은 접선의 기울기가 2보다 작으면 이를 만족한다.

즉, 곡선  $y = a^x$ 의 접선의 방정식

$y - a^t = a^t \ln a (x - t)$ 에  $x = y = 0$ 을 대입하면  $t = \log_a e$ 이므로  $e \ln a \leq 2$ 이다.

$\therefore k \geq \frac{e}{2}$

정답 ③

15. [수 III] 방정식과 부등식 + [적통] 순열과 조합

$b+c+d \geq 3$ 이므로 부등식의 해의 개수가 6이도록 하는 a의 범위는  $1 \leq a \leq 5$  이다.

(i)  $a=1$ 일 때, 구하는 부등식의 해는

$-(b+c+d) < x \leq 0$  이므로  $b+c+d=6$   
 $b'+c'+d'=3$  ( $b' \geq 0, c' \geq 0, d' \geq 0$ )에서  
 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수는  ${}_3H_3 = 10$

(ii)  $a=2$ 일 때, 구하는 부등식의 해는

$-(b+c+d) < x \leq 0$  이므로

(i)과 마찬가지로

순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수는  ${}_3H_3 = 10$

(iii)  $3 \leq a \leq 5$ 일 때, 구하는 부등식의 해는

$-(b+c+d) < x < a, x \neq 1$ 이므로

$b+c+d = n$  ( $n=3, 4, 5$ )

$b'+c'+d' = n-3$  ( $b' \geq 0, c' \geq 0, d' \geq 0$ )

에서 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수는

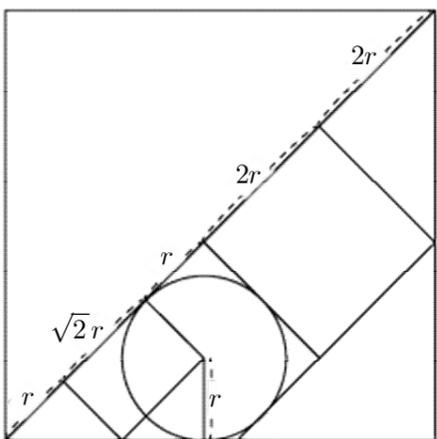
${}_3H_0 + {}_3H_1 + {}_3H_2 = 1 + 3 + 6 = 10$

$\therefore$  순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수의 총합은 30

정답 ③

16. [수 I] 수열의 극한

원  $R_1$ 의 반지름을 r이라 할 때,



보조선을 위와 같이 그리면

$(6 + \sqrt{2})r = \sqrt{2}$  이므로  $r = \frac{\sqrt{2}}{6 + \sqrt{2}}$  이다.

한편,  $l_1 = 2 \times 2\pi r = 4\pi r$ 이고,

길이비가 2r, 도형의 개수비가 2이므로

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} l_n = \frac{4\pi r}{1-2 \times 2r} = \frac{4(\sqrt{2}+1)\pi}{3}$$

정답 ②

17. [수 I] 수열

$$\sum_{k=1}^n a_k + (n+1)a_{n+1} = 6n^2 \dots(\gamma)$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} a_k + na_n = 6(n-1)^2 \quad (n \geq 2) \dots(\iota)$$

에서 식 (γ)에서 식 (ι)을 빼주면

$$(n+1)a_{n+1} = \boxed{n-1} \times a_n + 12n - 6 \quad (n \geq 2)$$

에서  $f(n) = n-1$ 이다.

이 때,  $b_n = n(n-1)a_n$  이라 하면

위 식에서

$$n(n+1)a_{n+1} = n(n-1)a_n + 12n^2 - 6n \quad (n \geq 2)$$

이므로

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{12n^2 - 6n} \quad (n \geq 2)$$

에서  $g(n) = 12n^2 - 6n$ 이다.

$$b_3 - b_2 = g(2)$$

$$b_4 - b_3 = g(3)$$

⋮

$$b_n - b_{n-1} = g(n-1)$$

위의 나열된 식끼리 모두 더하면

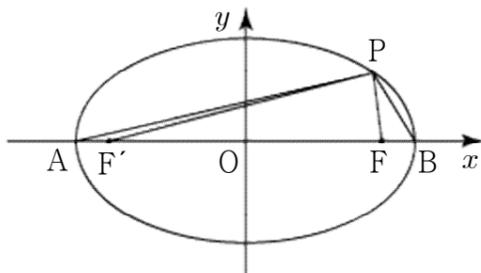
$$b_n = b_2 + \sum_{k=2}^{n-1} (12k^2 - 6k) \\ = n(n-1) \times \boxed{4n-5}$$

이므로  $h(n) = 4n-5$ 이다.

$$\therefore \frac{g(10)}{f(6) \times h(6)} = 12$$

정답 ①

18. [기백] 이차곡선



타원의 다른 초점을 F'라 할 때,

$\overline{PF'} = \overline{FF'} = 8$ 이므로 삼각형 PFF'는 이등변삼각형이다.

따라서  $\angle PFF' = \theta$ 라 할 때,

$\cos \theta = \frac{1}{8}$  이므로 제이코사인정리에 의하여

$$\overline{PA}^2 = 2^2 + 9^2 - 2 \cdot 2 \cdot 9 \cdot \frac{1}{8} = \frac{161}{2}$$

$$\overline{PB}^2 = 2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{11}{2}$$

$\therefore \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 = 86$

정답 ③

19. [수 I] 행렬과 그래프

ㄱ. 첫 번째 식에서

$$AB - A = A(B - E) = B(A - E) = E$$

이므로  $AB = BA$  (참)

ㄴ. ㄱ에서  $A^{-1} = B - E$  이므로

두 번째 식에서  $B^2(A^{-1})^2 + E = O$  이다.

이 때, 양변의 오른쪽에  $A^2$ 을 곱하면

$$A^2 + B^2 = O \text{ 이므로 } B^2 = -A^2 \text{ (참)}$$

ㄷ.  $(A + tB)(A - tB) = A^2 - t^2B$

$(\because AB = BA)$

이다. 한편

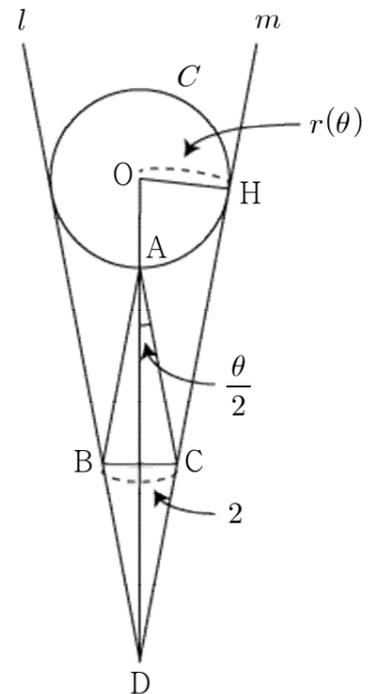
$$A^2 - t^2B = (t^2 + 1)A^2 \quad (\because B^2 = -A^2)$$

에서 A의 역행렬이 존재하므로 임의의

실수 t에 대하여  $A + tB$ 의 역행렬 또한 존재한다. (참)

정답 ⑤

20. [수 III] 함수의 연속과 극한



직선 l과 직선 m의 교점을 D라 할 때, 삼각형 ABC와 삼각형 DBC는 합동이다.

(ASA 합동)

따라서, 원 C의 중심을 O, 직선과 접하는 한

접점을 H라 할 때,  $\angle ODH = \frac{\theta}{2}$ 이므로

$$\frac{r(\theta)}{2 \cot \frac{\theta}{2} + r(\theta)} = \sin \frac{\theta}{2}$$

에서

$$r(\theta) = \frac{2 \cos \frac{\theta}{2}}{1 - \sin \frac{\theta}{2}} = \frac{2(1 + \sin \frac{\theta}{2})}{\cos \frac{\theta}{2}}$$

이다.

따라서

$$2 \lim_{\theta \rightarrow \pi-0} \frac{(1 + \sin \frac{\theta}{2})(\pi - \theta)}{\cos \frac{\theta}{2}} = 4 \lim_{\theta \rightarrow \pi-0} \frac{(\pi - \theta)}{\cos \frac{\theta}{2}}$$

에서  $\pi - \theta = k$ 로 치환하면

$\theta \rightarrow \pi - 0$  일 때,  $k \rightarrow +0$  이므로

구하는 극한값은  $4 \lim_{k \rightarrow +0} \frac{k}{\sin \frac{k}{2}} = 8$

정답 ④

21. [적통] 적분법

양변을  $x$ 에 대해 미분하면

$a + g(x) = g'(x)f(g(x)) = xg'(x)$   
 $(\because f^{-1}(x) = g(x))$

이므로,

(i)  $x=0$ 일 때,  $g(0) = -a \dots(\gamma)$  이다.

(ii)  $x \neq 0$ 일 때,  $\frac{g'(x)}{g(x)+a} = \frac{1}{x}$ 의 양변을

$x$ 에 대해 적분하면

$\ln |g(x)+a| = \ln |x| + C$  이므로

두 함수  $f(x), g(x)$ 는 기울기가 양수인

일차함수  $\dots(\iota)$  임을 알 수 있다.

$(\because g(x)$ 는 증가함수)

한편, 처음 주어진 식에  $x=1$ 을 대입하면

$\int_0^{g(1)} f(x)dx$ 이고,  $(\gamma)$ 에서  $f(-a) = 0$

이므로  $g(1)$ 로 가능한 값은 0 또는  $-2a$

일 수 있지만,  $g(1) = -2a$ 일 경우,  $(\gamma)$ 과

$(\iota)$ 을 동시에 만족할 수 없으므로

$g(1) = 0 \dots(\epsilon)$  이다.

따라서,  $g(x) = a(x-1)$  ( $\because \gamma, \epsilon$ ) 이고,

$f(a) + g(a) = 8$ 에서  $a = 3$  ( $\because a > 0$ )이므로

$f(a^2) + g(a^2) = f(9) + g(9) = 28$

정답 ①

22. [수 III] 함수의 연속과 극한

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(16x-15) + (x+1)(x-1)}{x-1}$

$= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\ln(16x-15)}{x-1} + 2 \right)$

에서  $x-1 = k$ 로 치환하면

$x \rightarrow 1$ 일 때,  $k \rightarrow 0$  이므로 구하는 극한값은

$\lim_{k \rightarrow 0} \left( \frac{\ln(1+16k)}{k} + 2 \right) = 18$

정답 18

23. [기백] 일차변환과 행렬

일차변환  $f$ 를 나타내는 행렬을  $A$ 라 할 때,

$A \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, A^2 \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  이므로

$A \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  이다.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$   
 $= \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$

이므로,  $A^{-1} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  에서  $a = 10, b = 17$ 이다.

$\therefore a+b = 27$

정답 27

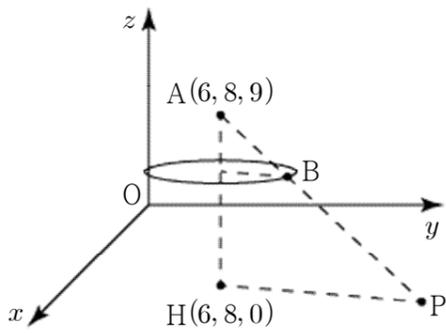
24. [수 I] 지수함수와 로그함수

$p_1 + p_2 + \dots + p_9 = 1$ 에서  $k=1$  이므로

$p_2 = \log_3 - \log_2$  이다.  $\therefore 10^{k+p_2} = 15$

정답 15

25. [기백] 공간도형과 공간좌표



점 A에서  $xy$ 평면에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H의 좌표는  $(6, 8, 0)$ 이다.

이 때,  $\overline{AB} = \frac{1}{3} \overline{AP}$ 이므로 점 B의 자취는

선분 AH를 1:2로 내분하는 점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 4인  $xy$ 평면에 평행한 원이다.

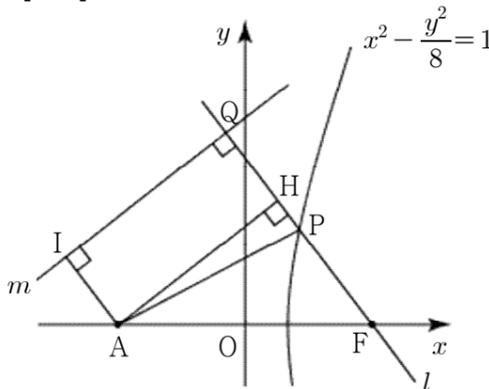
따라서, 점 P의 자취는 점 H를 중심으로 하고

반지름의 길이가 12인  $xy$ 평면 위의 원이므로

선분 OP의 길이의 최댓값은  $\overline{OH} + 12 = 22$

정답 22

26. [기백] 이차곡선



점 A는 쌍곡선 위의 다른 한 초점이므로

$\overline{PF} = k$  라 하면  $\overline{PA} = k+2$ 이다.

한편 점 A에서 직선  $l$ 과 직선  $m$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 할 때

사각형 AHQI는 직사각형이고,  $\overline{AI} = 2$  이므로

$\overline{PH} = k-2$ 이다.

피타고라스의 정리를 적용하면

$\overline{AH} = 2\sqrt{2k}$  이고,  $\overline{FH} = 2k-2, \overline{AF} = 6$  이므로

다시 피타고라스의 정리를 적용하면

$k = 2\sqrt{2}$  이므로,  $a^2 = 4k^2 = 32$

정답 32

27. [수학 III] 방정식과 부등식

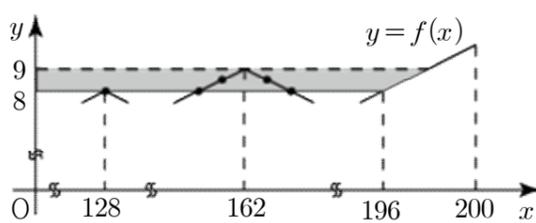
주어진 무리방정식을 풀기 위해

$\sqrt{[f(x)]+1} = X$  로 치환하면

$X^2 - X - 6 = (X+2)(X-3) = 0$ 에서

$X = 3$  ( $\because X \geq 0$ )이므로  $[f(x)] = 8$ 이다.

$8 \leq f(x) < 9$ 의 범위에 속하고  $x$ 좌표가 정수인 점을 그래프로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore$  자연수  $a$ 의 최댓값은 195

정답 195

28. [적통] 통계

달힌 구간  $[0, 1]$ 에서  $f(x) = ax(x + \frac{b}{a}) \geq 0$

이므로

(i)  $a > 0$ 일 때,  $-\frac{b}{a} \leq 0$ 에서  $b \geq 0$

(ii)  $a < 0$ 일 때,  $-\frac{b}{a} \geq 1$ 에서  $b \geq -a$

$\dots(\gamma)$

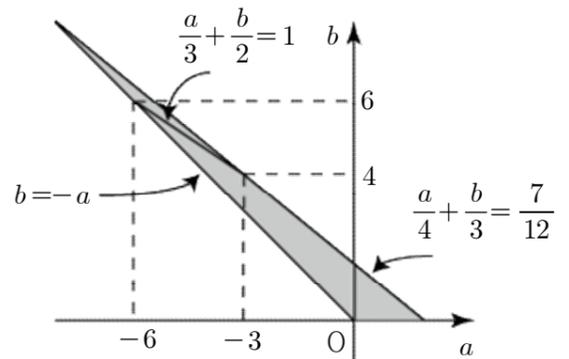
$P(0 \leq X \leq 1) = 1$ 이므로

$\int_0^1 f(x)dx = \frac{a}{3} + \frac{b}{2} = 1 \dots(\iota)$

$E(X) = \int_0^1 xf(x)dx = \frac{a}{4} + \frac{b}{3} \leq \frac{7}{12} \dots(\epsilon)$

$(\gamma) \sim (\epsilon)$ 에서 점  $(a, b)$ 의 자취를 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.

\*  $\iota$ 에서 자취를 구하고,  $\gamma, \epsilon$ 에서 자취의 범위(색칠된 부분)를 알 수 있다.



점  $(a, b)$ 의 자취의 길이는

$l = \sqrt{\{(-6) - (-3)\}^2 + \{6 - 4\}^2} = \sqrt{13}$ 이므로

$l^2 = 13$

정답 13

29. [적통] 적분법

$h(x) = \frac{1}{g(x)} = \frac{f(x)}{2f'(x)}, i(x) = x$ 로 놓으면

$\int_0^2 \frac{1}{g(x)} dx = \int_0^2 h(x)i'(x) dx$  이다.

이 때, 부분적분법을 통해 정적분을 계산하면

$\int_0^2 \frac{1}{g(x)} dx = \left[ \frac{x}{g(x)} \right]_0^2 - \int_0^2 \frac{x \{ [f'(x)]^2 - f(x)f''(x) \}}{2[f'(x)]^2} dx$

에서 등비수열의 성질에 의해

$f'(x)f''(x) = 4\{f'(x)\}^2$  이므로

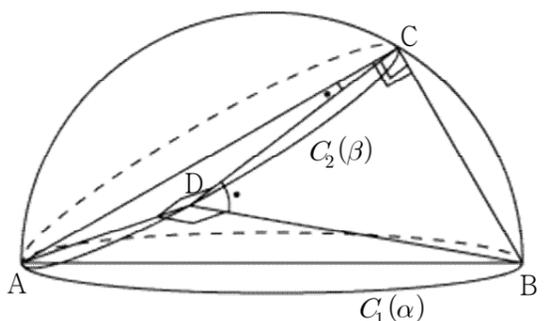
구하는 정적분의 값은

$2 + \int_0^2 \frac{3}{2} x dx = 5$

$(\because$  달힌 구간  $[0, 2]$ 에서  $f'(x) \neq 0$ )

정답 5

30. [기백] 공간도형과 공간좌표



선분 AB는 원  $C_1$ 의 지름이므로

$\angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$  이다.

선분 AC는 원  $C_2$ 의 지름이므로

$\angle ADC = 90^\circ$  이다.

따라서, 삼수선의 정리에 의해 직선 BC는

평면  $\beta$ 에 수직이므로  $\angle BCD = 90^\circ$  이다.

\* 직선 BC는 평면  $\beta$ 에 수직인 것을 증명하는 방법은 이 외에도 여러 가지가 있으므로 생각해보기를 권장한다.

평면 BCA와 평면 BCD가 이루는 각의

크기와 평면 BDA와 평면 CDA가 이루는

각의 크기가 같으므로  $\angle ACD = \angle BDC$ 에서

삼각형 ACD와 삼각형 BDC는 합동이다.

(ASA 합동)

따라서,  $\overline{AC} = \overline{BD} = a$ ,  $\overline{AD} = \overline{BC} = b$ 라 하면

$a^2 + b^2 = 4$  이므로, 조건 (나)에서

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \times \left( \frac{1}{2} \times b \times \sqrt{a^2 - b^2} \right) \times b \\ &= \frac{1}{6} b^2 \sqrt{4 - 2b^2} = \frac{\sqrt{2}}{6} \end{aligned}$$

에서  $b = 1$ 이다.

\*  $b^2 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  인 경우도 방정식을 성립시키나

문제에서 요구하는 답이 유리수이므로 제외

$$\therefore \cos^2 \theta = \frac{a^2}{4} = \frac{3}{4} \text{ 이므로 } pq = 12$$

정답 12

