제 2 교시

2024학년도 규토 모의평가 1회 문제지

수학 영역

홀수형

성명	

수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

너는 내가 읽은 가장 아름다운 구절이다

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

대치명인학원

제 2 교시 수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\left(2^{1-\sqrt{2}}\right)^{1+\sqrt{2}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

$2^{1-2} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

2. 함수 $f(x)=3x^2-x$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+2h)-f(1)}{h}$의 값은? [2점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

$\lim_{h\to0}\frac{f(1+2h)-f(1)}{2h}\times 2$

$f'(1)\times 2 = 10$

$f'(x)=6x-1$

$f'(1)=5$

3. 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_3-a_1=2,\ a_6-a_4=16$$

일 때, a_5의 값은? [3점]

① 10 ② $\frac{32}{3}$ ③ $\frac{34}{3}$ ④ 12 ⑤ $\frac{38}{3}$

$ar^2-a=2,\quad ar^5-ar^3=16$

$r^3(\underbrace{ar^2-a}_{2})=16$

$r^3=8 \quad \therefore r=2$

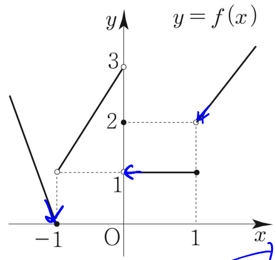
$4a-a=2$

$3a=2$

$a=\frac{2}{3}$

$a_5=ar^4=\frac{2}{3}\times 16=\frac{32}{3}$

4. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$(-1-) \xrightarrow{+} (0+) \xrightarrow{+} (1)$

$\lim_{x\to1+}f(x)+\lim_{x\to-1-}f(f(x))$의 값은? [3점]

2 1

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

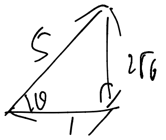
5. $\sin\theta < 0$이고 $\sin\left(-\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{1}{5}$일 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

① $-3\sqrt{6}$ ② $-2\sqrt{6}$ ③ 0 ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

$-\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)=\frac{1}{5}$

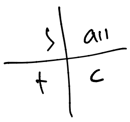
$-\cos\theta=\frac{1}{5}$

$\cos\theta=-\frac{1}{5}$



$\sin\theta<0$
$\cos\theta<0$ 3사분면 →

$\tan\theta= 2\sqrt{6}$



6. 1이 아닌 세 양수 a, b, c가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sqrt{a}$는 b의 세제곱근이다. $\Rightarrow (\sqrt{a})^3=b \Rightarrow a^{\frac{3}{2}}=b$
(나) c는 a^3의 네제곱근이다. $\Rightarrow c^4=a^3 \Rightarrow c=a^{\frac{3}{4}}$

$\log_{bc} ab$의 값은? [3점]

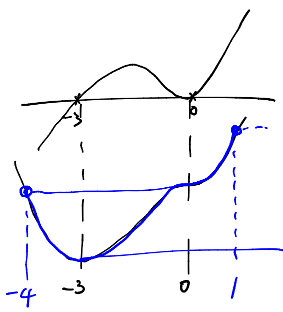
① $\frac{10}{9}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{20}{9}$ ④ $\frac{25}{9}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

$\log_{a^{\frac{3}{2}}\times a^{\frac{3}{4}}} a^{\frac{5}{2}} = \log_{a^{\frac{9}{4}}} a^{\frac{5}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{9}{4}} = \frac{20}{18} = \frac{10}{9}$

7. 상수 $a\,(a>0)$, b에 대하여 $f(x)=ax^4+4ax^3-b$가 닫힌구간 $[-4,\ 1]$에서 최댓값 2, 최솟값 -30을 가질 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 41 ② 42 ③ 43 ④ 44 ⑤ 45

$f'(x)=4ax^3+12ax^2$
$=4ax^2(x+3)$



$5a-b=2$

$81a-108a-b$
$-27a-b=-30$

$5a-b=2$
$-\ \ -27a-b=-30$
$32a=32$
$a=1$
$b=3$

$f(x)=x^4+4x^3-3$
$f(2)=16+32-3$
$=48-3=45$

8. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x)=2|x-1|+3x^2$$

이고, $f(0)=1$일 때, $f(-1)+f(2)$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$f'(x)$: $(x\ge1)$ $2x-2+3x^2$; $(x<1)$ $-2x+2+3x^2$

$f(x)$: $(x\ge1)$ x^3+x^2-2x+3 ; $(x<1)$ x^3-x^2+2x+1

$f(-1)=-1-1-2+1=-3$

$f(2)=8+4-4+3=11$

9. 함수 $f(x)=\tan(ax-b)$ $\left(a>0,\ 0<b<\dfrac{\pi}{2}\right)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$의 주기는 $\dfrac{\pi}{4}$이다. ⇒ $\dfrac{\pi}{a}=\dfrac{\pi}{4}$ ⇒ $a=4$
>
> (나) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $x=k$가 만나지 않도록 하는 음의 실수 k의 최댓값은 $-\dfrac{\pi}{24}$이다.

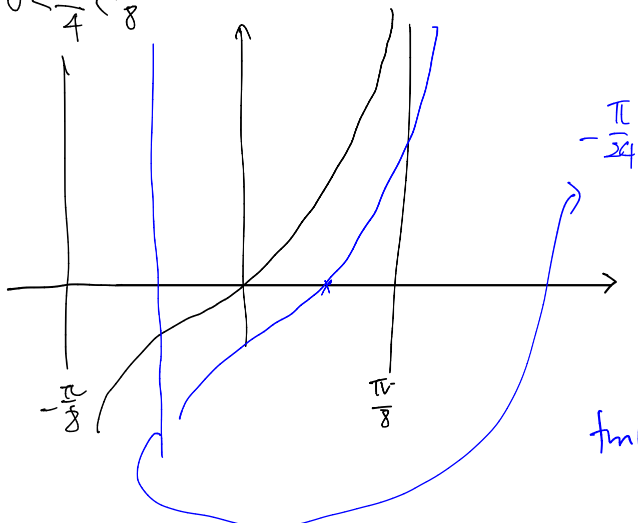
$f\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$의 값은? [4점]

① $-\sqrt{3}$ ② $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 0 ④ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

$f(x)=\tan(4x-b)=\tan 4\left(x-\dfrac{b}{4}\right)$

$\tan 4x$는 x축 방향으로 $\dfrac{b}{4}$만큼 평행이동.

$0<\dfrac{b}{4}<\dfrac{\pi}{8}$



$-\dfrac{\pi}{24}=-\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{b}{4}$

$-\pi=-3\pi+6b$

$2\pi=6b$

$b=\dfrac{\pi}{3}$

$\tan\left(4x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ ⇒ $f\left(\dfrac{\pi}{8}\right)=\tan\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

10. 함수 $f(x)=x^3-(a+1)x^2+b$는 $x=a$에서 극솟값 1을 갖는다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $A(a,\ f(a))$에서의 접선이 점 A가 아닌 점 B에서 곡선과 만나고, 점 B에서의 접선이 점 B가 아닌 점 C에서 곡선과 만날 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

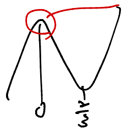
① 78 ② 81 ③ 84 ④ 87 ⑤ 90

$f'(x)=3x^2-2(a+1)x$

$f'(a)=3a^2-2a^2-2a=0$ ⇒ $a^2-2a=0$ ⇒ $a=0$, $a=2$

① $a=0$

$f'(x)=3x^2-2x=x(3x-2)$



극대 ⇒ 모순.

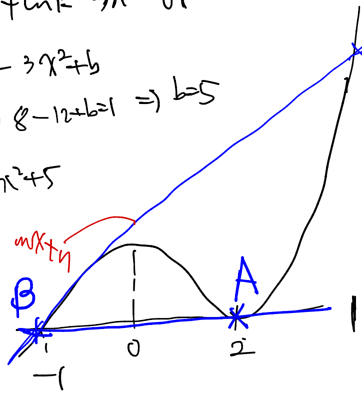
② $a=2$

$f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$

$f(x)=x^3-3x^2+b$

$f(2)=1$ ⇒ $8-12+b=1$ ⇒ $b=5$

$f(x)=x^3-3x^2+5$



C $(p,\ )$

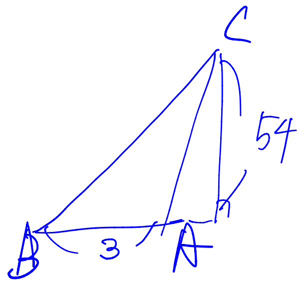
$(5,\ 55)$.

$125-75+5$

근과 계수의 관계 technique.

$f(x)=mx+n$ ⇒ 세 근의 합 3. ⇒ $-1-1+p=3$

$p=5$.



$\frac{1}{2}\times54\times3=81$

11. 두 점 P와 Q는 시각 $t=0$일 때 각각 점 A(2)와 점 B(k)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도는 각각

$$v_1(t)=3t^2-4, \quad v_2(t)=8$$

이다. 두 점 P, Q가 동시에 출발한 후 $t=a\ (a>0)$에서 한 번만 만나도록 하는 모든 실수 k에 대하여 시각 $t=0$에서 $t=a$까지 점 P가 움직인 거리의 최솟값은? [4점]

① $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{26\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{28\sqrt{3}}{9}$ ④ $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{32\sqrt{3}}{9}$

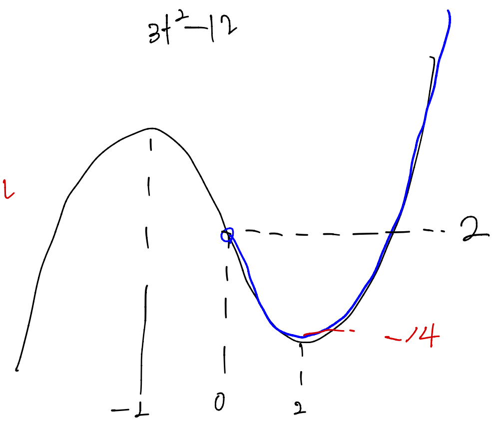
$x_1(t) = t^3-4t+2$, $x_2(t)=8t+K$

$t^3-4t+2=8t+K$

$t^3-12t+2=K.$

$3t^2-12$

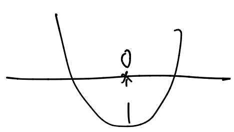
8−24+2
−16



3번만족 K범위. K=−14 , 2≤K.

즉. a의 최솟값은 2.

$\int_0^2 |3t^2-4|\,dt = \int_0^{\frac{2}{\sqrt3}} -3t^2+4\,dt + \int_{\frac{2}{\sqrt3}}^{2} 3t^2-4\,dt$



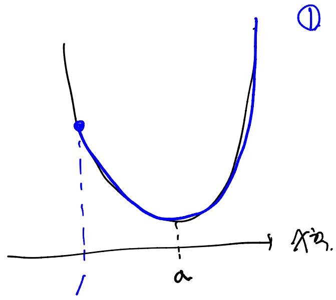
$= \frac{32\sqrt3}{9}$

12. 실수 a에 대하여 정의역이 $\{x \mid x \geq 1\}$인 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+3ax$의 역함수가 존재할 때, $f(2)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M-m$의 값은? [4점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

$f'(x) = x^2-2ax+3a.$

$2x-2a=0$



① $a \geq 1.$

$f'(a) \geq 0 \Rightarrow a^2-2a^2+3a \geq 0$

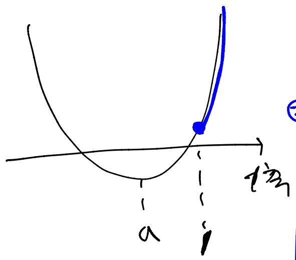
$-a^2+3a \geq 0$

$a^2-3a \leq 0.$

$a(a-3) \leq 0.$

$0 \leq a \leq 3$

∴ $1 \leq a \leq 3$



② $a \leq 1$

$f'(1) \geq 0 \Rightarrow 1-2a+3a \geq 0$

$1+a \geq 0$

$a \geq -1.$

∴ $-1 \leq a < 1$

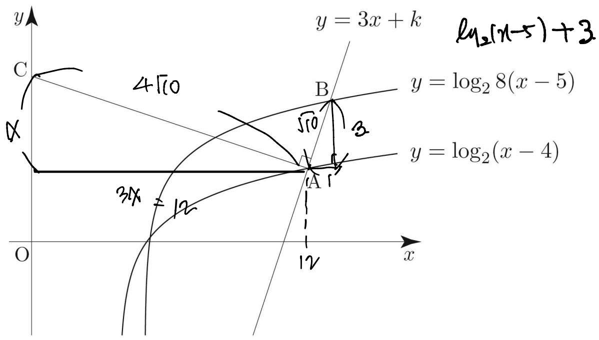
a

$-1 \leq a \leq 3$

$f(2)=\frac{8}{3}+2a \Rightarrow -2+\frac{8}{3} \leq f(2) \leq 6+\frac{8}{3}$

∴ $M-m=8$

13. 그림과 같이 직선 $y=3x+k$가 두 함수 $y=\log_2(x-4)$, $y=\log_2 8(x-5)$의 그래프와 제1사분면에서 각각 한 점에서 만나며 그 두 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 직선 $y=3x+k$에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이가 20이다. 상수 k의 값은? (단, $k<-21$) [4점]



① -30 ② -31 ③ -32 ④ -33 ⑤ -34

$9x^2+x^2=160$

$x=4$

A $(12, 3)$

$36+k=3$

$k=-33$

14. 정수 k와 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_6의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은? [4점]

> (가) $a_3=7$
>
> (나) $|k|\le a_1$이고, 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-n & (a_n>n) \\ a_n+k & (a_n\le n) \end{cases}$$
>
> 이다.

① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

$a_3=$ 7 $\begin{cases} a_2-2 & (a_2>2) \Rightarrow a_2=9 \\ a_2+k & (a_2\le 2) \Rightarrow a_2=7-k \end{cases}$

$a_2 \begin{cases} a_1-1 & (a_1>1) \\ a_1+k & (a_1\le 1) \end{cases}$

$a_1=10$

$a_1=9-k$

$9-k\le 1 \Rightarrow 8\le k$

$|k|\le 9-k \Rightarrow -9+k\le k\le 9-k$

$2k\le 9$

$k\le \frac{9}{2}$

모순

$7-k\le 2$

$5\le k$

$a_2 \begin{cases} a_1-1 & (a_1>1) \\ a_1+k & (a_1\le 1) \end{cases}$

$a_1=8-k$

$(8-k>1)$

$7>k$

$(5\le k<7)$

$|k|\le 8-k$

$-8+k\le k\le 8-k$

$2k\le 8$

$k\le 4$

모순

$a_1=7-2k \quad (k\ge 5)$

$7-2k\le 1$

$6\le 2k$

$3\le k$

$|k|\le 7-2k$

$-7+2k\le k\le 7-2k$

$3k\le 7$

$k\le \frac{7}{3}$

모순

$\therefore\ a_1=10 \Rightarrow |k|\le 10 \Rightarrow -10\le k\le 10$

$a_4=4,\quad a_5=4+k$

$a_6=\begin{cases} a_5-5 & (a_5>5) \Rightarrow a_6=k-1 \quad (k>1) \\ a_5+k & (a_5\le 5) \Rightarrow a_6=4+2k \quad (k\le 1) \end{cases}$

$4+k$

$(1<k\le 10) \Rightarrow a_6=1\sim 9$

$(-10\le k\le 1) \Rightarrow a_6=-16\sim 6$

$\therefore\ M=9,\ m=-16$

$9+16=25$

15. 최고차항의 계수가 1인 두 사차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\{\,|x|\;|\;f(x)=g(x),\ x\text{는 실수}\} = \{0,\ 1\}$
>
> (나) $\int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{1} g(x)dx$ $\Rightarrow$ $\int_{-1}^{1} f-g\,dx=0$
>
> (다) $\int_{0}^{2} f(x)dx = 1$, $\int_{0}^{2} g(x)dx = -7$

$\int_{-3}^{3} |f(x)-g(x)|dx$의 값은? [4점]

① 126 ② 128 ③ 130 ④ 132 ⑤ 134

$\int_{-1}^{1} x^3-x^2\,dx = \int_0^1 x^2 dx$

$f(x)-g(x)=0.$

3차: $a x^2(x-1)$ (나)조건 X

$a x^2(x+1)$ X

$a(x+1)^2 x$ X

$a(x-1)^2 x$ X

$a x(x-1)(x+1)$ O

2차. $a x(x+1)$ X

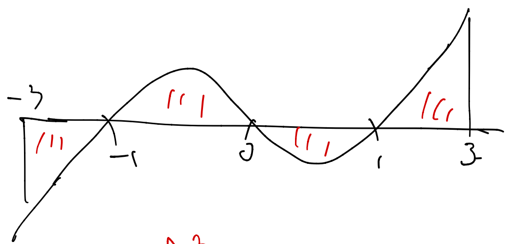
$\therefore f(x)-g(x) = a x(x-1)(x+1) = a x(x^2-1)$

$= a(x^3-x)$

$\int_0^2 f-g\,dx = a\left[\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = 8$

$a(4-2)=8 \Rightarrow a=4.$

$f(x)-g(x)=4(x^3-x)$



$2\int_0^3 |f(x)-g(x)|\,dx$

$=2\left(\int_0^1 -4(x^3-x)\,dx + \int_1^3 4(x^3-x)\,dx\right)$

$=130$

단답형

진수조건 조심!!

16. 부등식 $\log_{\frac{1}{3}}(x^2-2x-3) \ge \log_{\frac{1}{3}}(2x+2)$를 만족시키는 모든 정수 x의 개수를 구하시오. [3점]

$2x+2>0$

$x>-1$

$x^2-2x-3>0$

$(x-3)(x+1)>0$

$x>3$

2

$x^2-2x-3 \le 2x+2$

$x^2-4x-5 \le 0$

$(x-5)(x+1) \le 0$

$x=4,\ 5$

2

17. 함수 $f(x)=(x^3+2x-1)(x^2+ax)$에 대하여 $f'(-1) = -32$일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

5

$f'(x) = (3x^2+2)(x^2+ax) + (x^3+2x-1)(2x+a)$

$f'(-1) = 5(1-a) + (-1-2-1)(-2+a)$

$= 5-5a-4(-2+a)$

$= 5-5a+8-4a = 13-9a = -32$

$45 = 9a$

$a=5$

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10}(a_n+1)^2=100,\quad \sum_{n=1}^{10}a_n(a_n+1)=60$$

$\Sigma a_n^2+2\Sigma a_n+10=100.$ $\Sigma a_n^2+\Sigma a_n=60$

일 때, $\sum_{n=1}^{10}(a_n-1)(a_n+5)$의 값을 구하시오. [3점]

100

$\Sigma a_n^2=A$ $\Sigma a_n=B$

$A+2B=90$
$-\ A+B=60$
$B=30.$ $A=30$

$\Sigma\, a_n^2+4a_n-5 \Rightarrow A+4B-50$

$30+120-50$

100

19. 방정식 $2x^3-12x+5=3x^2+k$가 한 개의 양의 실근과 서로 다른 두 개의 음의 실근을 갖도록 하는 모든 정수 k의 값의 합을 구하시오. [3점]

51

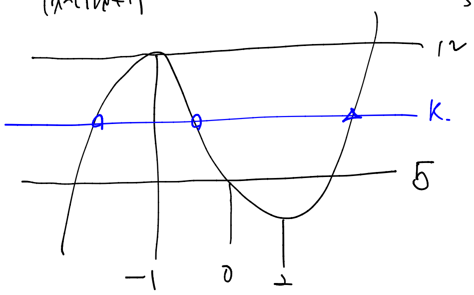
$2x^3-3x^2-12x+5=k$

$6x^2-6x-12$

$6(x^2-x-2)$

$(x-2)(x+1)$

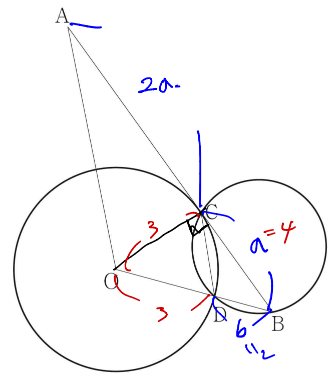
$-2-3+12+5$ 12



K=6 7 8 9 10 11
13 21 30 40

51

20. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 원이 삼각형 OAB의 변 AB에 접한다. 이때의 접점을 C라 할 때, $\overline{AC}=2\overline{BC}$이다. 원과 선분 OB가 만나는 점을 D라 하자. 삼각형 OAB의 넓이를 S_1, 삼각형 BCD의 넓이를 S_2라 할 때, $2S_1=15S_2$이다.



다음은 삼각형 BCD의 외접원의 넓이를 구하는 과정이다.

$\overline{AC}=2\overline{BC}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}+\overline{BC}=3\overline{BC}$이고,
$\overline{OB}=\overline{OD}+\overline{BD}=3+\overline{BD}$이다.

$\angle DBC=\theta$라 하면

$$S_1=\frac{1}{2}\times 3\overline{BC}\times(3+\overline{BD})\times\sin\theta$$

3a (3+b)

$$S_2=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{BD}\times\sin\theta$$

a b

$6a(3+b)=15ab \Rightarrow 2(3+b)=5b \Rightarrow$ $6+2b=5b$ $b=6b$ $b=2$

이고, $2S_1=15S_2$이므로 $\overline{BD}=$ (가) 이다. 2

$\angle BCO=\frac{\pi}{2}$이므로 $\cos\theta=\frac{\overline{BC}}{\overline{BO}}$이고, $\frac{4}{5}$

삼각형 BCD에서 코사인법칙에 의하여

$$\cos\theta=\frac{\overline{BD}^2+\overline{BC}^2-\boxed{(나)}}{2\times\overline{BD}\times\overline{BC}}$$

$\frac{36}{5}$

$\frac{4}{5}=\frac{4+16-\overline{DC}^2}{2\times 2\times 4}$

$\frac{64}{5}=20-\overline{DC}^2 \Rightarrow \overline{DC}^2=\frac{36}{5}$

이다. 삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여 삼각형 BCD의 외접원의 넓이는 (다) 이다.

R. 5π

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r이라 할 때, $p\times q\times\frac{r}{\pi}$의 값을 구하시오. [4점]

72

$\frac{\overline{DC}}{\sin\theta}=\frac{\frac{6}{\sqrt{5}}}{\frac{3}{5}}=2R \Rightarrow \frac{\cancel{30}\ 10\ 5}{3\sqrt{5}}=\cancel{2}R \Rightarrow R=\sqrt{5}$

$2\times\frac{36}{5}\times\frac{5\pi}{\pi}=72$

21. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $b_n = a_n + a_3$이라 하고, 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. S_n이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $S_2 = S_3$ $\Rightarrow$ $a_1+a_2+2a_3 = a_1+a_2+4a_3 \Rightarrow a_3=0.$

(나) $S_4 = 4$

$\displaystyle\sum_{n=4}^{17} \frac{60}{b_n a_{n+1}}$의 값을 구하시오. [4점]

14

$b_1 = a_1 + a_3 = a_1 = -2d$

$b_2 = a_2 + a_3 = a_2 = -d$

$b_3 = a_3 + a_3 = a_3 = 0$

$b_4 = a_4 + a_3 = a_4 = d$

$-3d + d = -2d = 4 \Rightarrow d = -2$

$a_n = -2n+6 = b_n.$

$\displaystyle\sum_{n=4}^{17} \frac{60}{(-2n+6)(-2n+4)} = -2(n-3) \times -2(n-2)$

$\displaystyle\sum_{n=4}^{17} \frac{15}{(n-3)(n-2)} = 15\left(\frac{1}{n-3} - \frac{1}{n-2}\right)$

$15\left(1 - \frac{1}{15}\right) = 14$

22. 함수 $f(x) = x^3 + x$와 자연수 n에 대하여 두 함수 $y = f(x)$, $y = f(x) + n$의 그래프와 모두 접하는 직선 $y = g(x)$가 있다. 모든 실수 x에 대하여 $4 \le g'(x) \le 28$이 되도록 하는 모든 n의 개수를 구하시오. [4점]

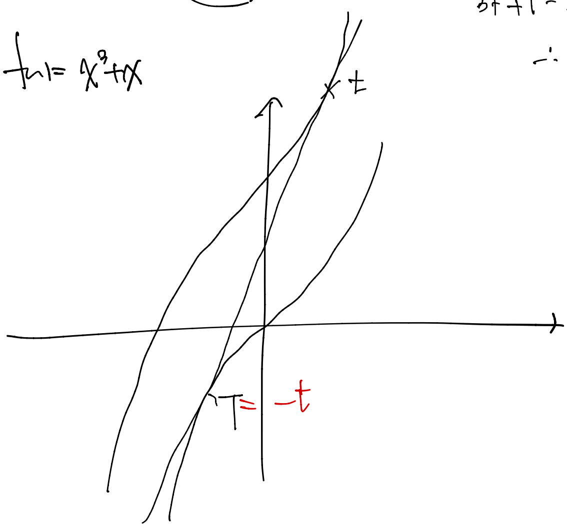
105

x^3+x+n

$3t^2+1 = 3T^2+1$

$\therefore T = -t \ (t>0)$

$f(x) = x^3+x$



$y = (3t^2+1)(x-t) + t^3+t+n$

$-3t^3-t$

$y = (3t^2+1)(x+t) - t^3 - t$

$3t^3+t$

$-2t^3+n = 2t^3$

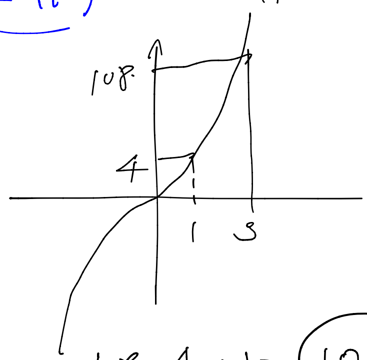
$n = 4t^3$

$4 \le g'(x) \le 28$

$4 \le 3t^2+1 \le 28$

$3 \le 3t^2 \le 27$

$1 \le t \le 3 \ (t>0)$



$108 - 4 + 1 = 105$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+2x)}{e^{4x}-1}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+2x)}{2x} \times \frac{4x}{e^{4x}-1} \times \frac{1}{2}$

$1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

24. 매개변수 $t\,(t>0)$로 나타내어진 곡선

$$x = t + \ln\sqrt{t}, \quad y = t\sqrt{t}$$

$t^{\frac{1}{2}}$

에서 $t=1$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$x = t + \frac{1}{2}\ln t$, $y = t^{\frac{3}{2}}$

$\frac{dx}{dt} = 1 + \frac{1}{2t}$ $\frac{dy}{dt} = \frac{3}{2}t^{\frac{1}{2}}$

$\frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{1}{2}} = 1$

25. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{2k}{(k-3n)^2}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}-2\ln\frac{2}{3}$　② $\frac{1}{2}+2\ln\frac{2}{3}$　③ $1+2\ln\frac{2}{3}$

④ $1+2\ln 2$　⑤ $2+2\ln 3$

$$\frac{\frac{2k}{n}}{\left(-3+\frac{k}{n}\right)^2}\cdot\frac{1}{n}$$

$$\int_0^1 \frac{2x}{(x-3)^2}\,dx$$

$x-3=t \Rightarrow dx=dt$

$$\int_{-3}^{-2}\frac{2(t+3)}{t^2}\,dt=\int_{-3}^{-2}\left(\frac{2}{t}+\frac{6}{t^2}\right)dt$$

$$=\left[2\ln|t|-\frac{6}{t}\right]_{-3}^{-2}$$

$$=2\ln 2+3-(2\ln 3+2)$$

$$=2\ln\frac{2}{3}+1$$

26. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$g(1)=0$

(가) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-1}{x}=2$ $\Rightarrow$ $f(0)=1$, $f'(0)=2$
(나) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-2}{x^2-1}=3$ $\Rightarrow$ $f(1)=2$, $f'(1)=6$

$\frac{f'(1)}{2}=3$　$g(2)=1$

함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\lim_{x\to 2}\frac{g(g(x))}{x-2}$ 의 값은?

$g'(2)\,g'(g(2))$　[3점]

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{6}$　③ $\frac{1}{8}$　④ $\frac{1}{10}$　⑤ $\frac{1}{12}$

$g'(2)\,g'(1)$

$f(g(x))=x$

$g'(x)=\frac{1}{f'(g(x))}$

$\therefore \frac{1}{f'(1)}\times\frac{1}{f'(0)}=\frac{1}{12}$

$g'(2)=\frac{1}{f'(g(2))}=\frac{1}{f'(1)}$

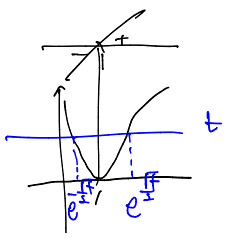
$g'(1)=\frac{1}{f'(g(1))}=\frac{1}{f'(0)}$

27. 양의 실수 t에 대하여 곡선 $y=(2\ln x)^2$와 직선 $y=t$가 만나는 두 점의 x좌표를 각각 x_1, x_2라 할 때, 함수 $f(t)$를 $f(t)=|x_1-x_2|$라 하자. 미분가능한 함수 $f(t)$에 대하여 양수 a가 $f(a)=\frac{e^2-1}{e}$을 만족시킨다. $f'(a)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{8}\left(e+\frac{1}{e}\right)$ ② $\frac{1}{6}\left(e+\frac{1}{e}\right)$ ③ $\frac{1}{4}\left(e+\frac{1}{e}\right)$ ④ $\frac{1}{2}\left(e+\frac{1}{e}\right)$ ⑤ $e+\frac{1}{e}$

$y=(2\ln x)^2 = 4(\ln x)^2 \ (x>0)$

$y' = \frac{4\ln x}{x} \ (x>0)$



$4(\ln x)^2 = t$

$(\ln x)^2 = \frac{t}{4}$

$\ln x = \pm\frac{\sqrt t}{2}$

$x = e^{-\frac{\sqrt t}{2}},\ e^{\frac{\sqrt t}{2}}$

$f(t) = e^{\frac{\sqrt t}{2}} - e^{-\frac{\sqrt t}{2}} \Rightarrow f(a) = e - \frac{1}{e}$

$a=4$

$f'(t) = \frac{1}{4\sqrt t} e^{\frac{\sqrt t}{2}} + \frac{1}{4\sqrt t} e^{-\frac{\sqrt t}{2}}$

$f'(4) = \frac{1}{8}\left(e+\frac{1}{e}\right)$

28. 자연수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{3|x-a|^n+1}{|x-a|^n+1}$$

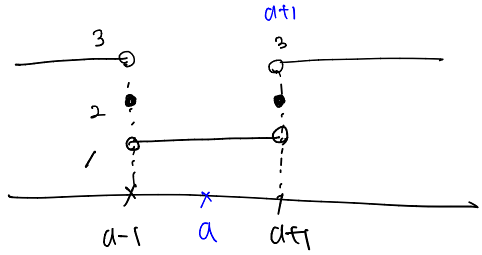
라 하자. $\sum_{k=11}^{15} f(k) \le 12$가 되도록 하는 모든 a의 값의 합은? [4점]

① 63 ② 64 ③ 65 ④ 66 ⑤ 67

$|x-a|>1 \Rightarrow f(x)=3$

$|x-a|<1 \Rightarrow f(x)=1$ $-1<x-a<1 \Rightarrow a-1<x<a+1$

$|x-a|=1 \Rightarrow f(x)=2$ $a-1$, $a+1$



$f(11)+f(12)+f(13)+f(14)+f(15) \le 12.$

$a=11$	1	2	3	3	3
$a=12$	2	1	2	3	3
$a=13$	3	2	1	2	3
$a=14$	3	3	2	1	2
$a=15$	3	3	3	2	1

$23+27+15$

50

65

단답형

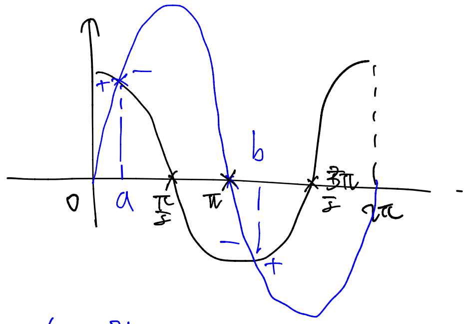
29. $0<x<2\pi$에서 정의된 함수 $f(x)=\dfrac{\sin x}{e^{3x}}$는 $x=a$에서 극댓값을 갖고, $x=b$에서 극솟값을 갖는다. $-30\times\cos(a+b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [4점]

24

$f(x)=\sin x\cdot e^{-3x}$

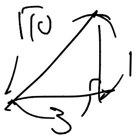
$f'(x)=\cos x\, e^{-3x}-3\sin x\, e^{-3x}$

$=(\cos x-3\sin x)e^{-3x}$



$\cos a=3\sin a$

$\frac{1}{3}=\tan a$, $\frac{1}{3}=\tan b$



$\cos a=\frac{3}{\sqrt{10}}$ $\quad$ $\cos b=-\frac{3}{\sqrt{10}}$

$\sin a=\frac{1}{\sqrt{10}}$ $\quad$ $\sin b=-\frac{1}{\sqrt{10}}$

$-30\cos(a+b)=-30(\cos a\cos b-\sin a\sin b)$

$=-30\left(-\frac{9}{10}+\frac{1}{10}\right)$

$=-30\times-\frac{8}{10}$

$=24$

30. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $F(x)=\int_0^x f(t)dt$는

$F(0)=0$, $F'(x)=f(x)$

$$\int_0^2\{f(x)\}^2dx+\int_0^2F(x)f'(x)dx=12$$

을 만족시킨다. $\int_0^2 xf'(x)dx=5$일 때, $\int_0^2\{F(x)\}^2f(x)dx$의 값을 구하시오. (단, $F(2)>0$) [4점]

9

$\int_0^2 f(x)^2dx+\int_0^2F(x)f'(x)dx=12$

$f(x)f(x)$

$F'(x)$

$\int_0^2 F'(x)f(x)+F(x)f'(x)dx=12$

$\int_0^2(F(x)f(x))'dx=12$

$[F(x)f(x)]_0^2=12$

$F(2)f(2)-\cancel{F(0)}f(0)=12$

$F(2)f(2)=12$

$\int_0^2 xf'(x)dx=[xf(x)]_0^2-\int_0^2f(x)dx$

$=2f(2)-F(2)=5$

$f(2)=a$. $F(2)=b$

$ab=12 \Rightarrow a=\frac{12}{b}$

$2a-b=5 \Rightarrow \frac{24}{b}-b=5$

$24-b^2=5b$

$b^2+5b-24=0$

$(b+8)(b-3)=0$

$\therefore b=3$ $(F(2)>0)$

$F(2)=3$

$\int_0^2(F(x))^2f(x)dx=\left[\frac{1}{3}(F(x))^3\right]_0^2$

$f(x)=F'(x)$

$=\frac{1}{3}\times27=9$

＊ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.