

D&T 수학연구소 - 칼럼 문제 1-2. 미분 심화 문항\_(다항함수)×(지수함수)의 그래프

1. 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)=f(x)e^x$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $g(1)=0, g(0)=3$

(나)  $1 \leq x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1g(x_2)-x_2g(x_1) \geq g(x_2)-g(x_1)$ 이다.

$g(3)$ 의 최솟값을  $ke^3$ 일 때,  $k^2$ 의 값을 구하시오.

2. 자연수  $n$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=e^{x-1}\{x^2+(n-8)x-3n+17\}+kx$$

가 역함수를 갖도록 정수  $k$ 의 최솟값을  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오.

3. 실수  $t$ 에 대하여 직선  $x=t$ 가 두 함수

$$y=(ax^2+bx)e^{-x}, \quad y=ce^{-x}$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A와 점 B사이의 거리를  $f(t)$ 라고 할 때, 함수  $f(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(t+h)-f(t)}{h} \neq \lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(t+h)-f(t)}{h}$ 를 만족시키는  $t$ 의 값은  $-2, -1$ 이다.

(나)  $1 \leq x_1 < x_2$ 인 임의의 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  $f(x_2)-f(x_1)+5x_2-5x_1 > 0$ 이다.

세 수  $a, b, c$ 의 곱  $abc$ 의 최솟값을  $ke^6$ 라 할 때,  $k^2$ 의 값을 구하시오.

(단,  $a$ 는 양의 실수이고,  $b, c$ 는 실수이다.)