

제 2 교시

2016학년도 대학수학능력시험 직전 모의평가 문제지

수학 영역(B형)

성명	
----	--

수험번호																			
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('A'형 / 'B'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

첫눈 오는 날 만나자고 약속하는 사람들 때문에 첫눈은 내린다.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형('A'형 / 'B'형), 답을 정확히 표기하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

2015년 10월 10일 시행 Epsilon 모의고사 3회 (B형)

출제, 검토 및 편집

성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

10학번 : 최원재

11학번 : 양종현

12학번 : 양한솔 황성문

13학번 : 김찬호 오인수 오현주

14학번 : 고정민 김민지 서재현 이다운 임현우

15학번 : 김효석 오민지 유정훈 이상민 최문영 최봉규

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(B형)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A-B$ 의 모든 성분의 합이 3일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. $\cos\theta = \frac{4}{5}$ 일 때, $\sin 2\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [2점]

- ① $\frac{16}{25}$ ② $\frac{18}{25}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{22}{25}$ ⑤ $\frac{24}{25}$

3. 좌표공간에서 두 점 $A(-2, 7, 1)$, $B(0, 4, a)$ 에 대하여 선분 AB 의 길이가 7이 되도록 하는 양수 a 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 + a_4 = 18$ 일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A^C \cap B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + n} - 2n)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

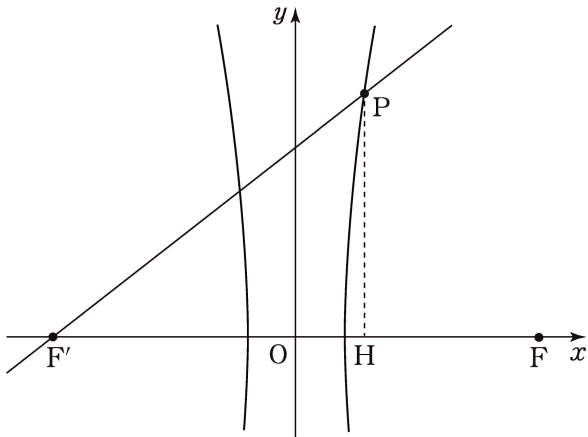
7. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 삼각방정식

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① 3π ② $\frac{10}{3}\pi$ ③ $\frac{11}{3}\pi$ ④ 4π ⑤ $\frac{13}{3}\pi$

8. 그림과 같이 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{24} = 1$ 의 초점 F' 을 지나는 직선과 쌍곡선이 만나는 두 점 중 제 1사분면 위의 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\overline{PF} = 6$ 일 때, 선분 PH 의 길이는? (단, 점 F' 의 x 좌표는 음수이다.) [3점]



- ① $\frac{22}{5}$ ② $\frac{24}{5}$ ③ $\frac{26}{5}$ ④ $\frac{28}{5}$ ⑤ 6

9. A방송사에서 방영하는 P드라마의 시청률이 20%라 한다.

이 방송사에서 지정한 패널 중 400명을 임의추출하여 조사하였더니 이 드라마를 시청하는 사람의 비율이 \hat{p} 이었을 때,

$P(0.18 \leq \hat{p} \leq 0.24)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

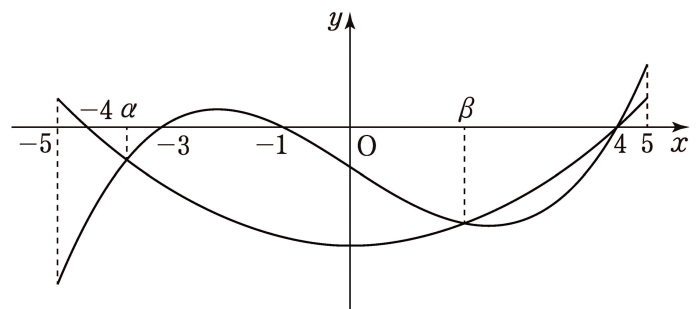
- ① 0.6826 ② 0.7745 ③ 0.8185
 ④ 0.8664 ⑤ 0.9104

10. 그림과 같이 닫힌 구간 $[-5, 5]$ 에서 정의된 삼차함수 $f(x)$ 와 이차함수 $g(x)$ 의 그래프가 세 점에서 만나고 그 세 점의 x 좌표는 $\alpha, \beta, 4$ 이다. 부등식

$$\frac{f(x) - g(x)}{g(x)} \geq 0$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 합은?

(단, $-4 < \alpha < -3, 1 < \beta < 2$) [3점]



- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

11. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} + ax + 3}{x^{2n} + 8}$$

가 $x=1$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 좌표평면에서 x 축에 대한 대칭변환을 f , 직선 $y=x$ 에

대한 대칭변환을 g 라 하자. 합성변환 $g \circ f^{-1}$ 에 의하여

원 $C: x^2 + (y-2)^2 = r^2$ 은 원 C' 으로 옮겨진다. 원 C' 이

원 $x^2 + (y-2)^2 = 1$ 에 외접할 때, 상수 r 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}-1$ ③ $\sqrt{2}$
 ④ 1 ⑤ $\sqrt{2}-1$

13. 곡선 $y = \sqrt{\ln x + 1}$ 와 두 직선 $x = e$, $y = 1$ 로 둘러싸인
부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [3점]

- ① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

14. 각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$, $a_2 = 4$ 이고,

$$(a_{n+1})^2 = 2a_n a_{n+2} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변을 $a_n a_{n+1}$ 로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = 2 \cdot \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} \quad (n \geq 1)$$

이다. $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ 이라 하면 $b_1 = 2$ 이고

$$b_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times b_n$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = 2 \times \left\{ \boxed{\text{(가)}} \right\}^{n-1}$$

이다.

$$a_n = a_1 \times \frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \dots \times \frac{a_n}{a_{n-1}} \quad (n \geq 2)$$

를 이용하여 a_n 을 구하면

$$a_n = 2^n \times \left(\frac{1}{2} \right)^{\boxed{\text{(나)}}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할

때, $\frac{1}{p} \times f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 42 ② 49 ③ 56 ④ 63 ⑤ 70

15. 닫힌 구간 $[0, 5]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, X 의 분산 $V(X)$ 의 값은?

[4점]

$$(가) \int_0^5 (x-3)f(x)dx = 8$$

$$(나) \int_0^5 (x-3)^2 f(x)dx = 123$$

- ① 53 ② 55 ③ 57 ④ 59 ⑤ 61

16. 중심이 O 이고 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는

원 C_1 이 있다. 그림과 같이 호 AB 를 삼등분하는 점을 각각

D, E 라 하고, 중심이 D 이고 반지름의 길이가 \overline{OD} 인 부채꼴

DAO 를, 중심이 E 이고 반지름의 길이가 \overline{OE} 인 부채꼴 EOB 를

그린다. 부채꼴 DAO 의 호 AO 와 선분 AO 로 둘러싸인 부분과,

부채꼴 EOB 의 호 OB 와 선분 OB 로 둘러싸인 부분인

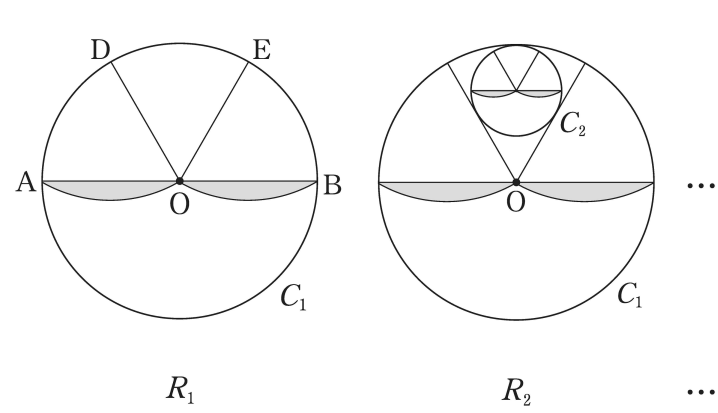
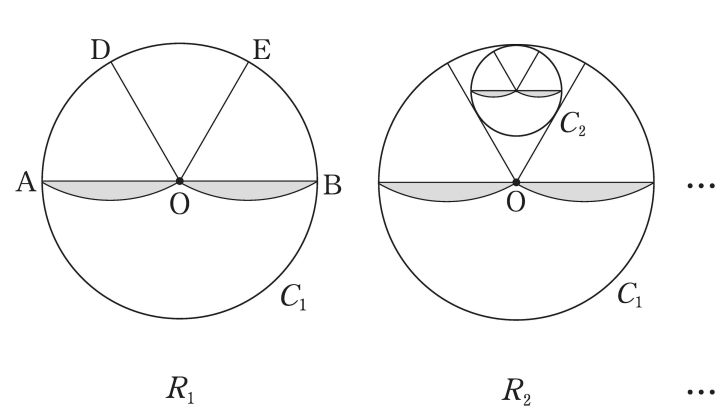
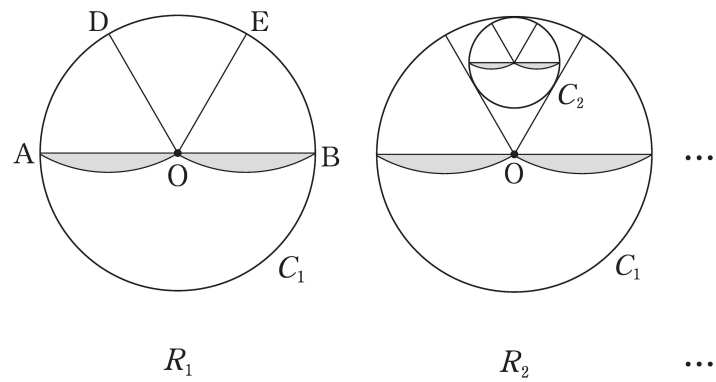
 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 부채꼴 ODE 에 내접하는 원 C_2 를 그리고, 이 원에

그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 그림 R_n 에 색칠되어있는

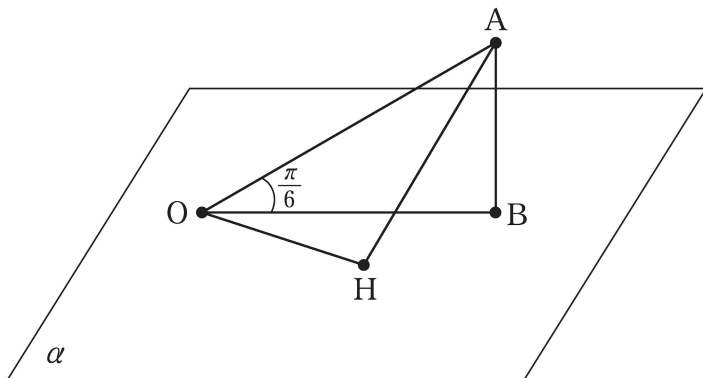
부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{9}{8} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ ② $\frac{9}{8} \left(\frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \right)$ ③ $\frac{9}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
 ④ $\frac{9}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \right)$ ⑤ $\frac{9}{4} \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

17. 평면 α 위에 길이가 2인 선분 OH가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 A에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 B라 하자. $\angle AOB = \frac{\pi}{6}$, $\overline{OB} = 2\sqrt{3}$, $\overline{AH} = 2\sqrt{2}$ 이고, 삼각형 AOH와 평면 α 가 이루는 각을 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{21}}{7}$ ② $\frac{2\sqrt{6}}{7}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{7}$
- ④ $\frac{\sqrt{30}}{7}$ ⑤ $\frac{\sqrt{33}}{7}$

18. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2B^2 + A = E, \quad A^3 - BA^2 + A = E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $B^6 + B^5 + B^4 + B^2 + B = E$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 좌표공간에서 두 구 $S_1 : (x-2)^2 + y^2 + z^2 = a$ ($a > 0$),
 $S_2 : (x-2)^2 + (y-\sqrt{3})^2 + (z-1)^2 = 8$ 의 교선을 포함하는
 평면 α 가 구 S_2 의 중심을 지난다. 구 S_2 가 평면 α 와 만나서
 생기는 단면의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이가 $b\pi$ 일 때,
 $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

20. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라
 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 x 의 값의 곱을 m 이라 할
 때, $6\log m$ 의 값은? [4점]

$$(가) f(x^2) + \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{x^2}\right) = f(x)$$

(나) $6g(x)$ 는 자연수이다.

$$(다) 6 \leq f(x) + 6g(x) \leq 8$$

- ① 115 ② 117 ③ 119 ④ 121 ⑤ 123

21. 이계도함수가 존재하는 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad g(-x) = -g(x)$$

$$(나) \quad \text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } g(x) = \int_{-6}^{2x} tf(x-t) dt$$

$$(다) \quad f(3) = -1$$

$\int_{-3}^3 xg''(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 36 ③ 48
 ④ 60 ⑤ 72

단답형

22. 함수 $f(x) = 3e^{x^2-1}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 어느 학교의 전교생은 남학생이 300명, 여학생이 200명이다. 이 학교의 남학생 중 아침 운동을 하는 학생의 비율과 여학생 중 아침 운동을 하지 않는 학생의 비율이 $\frac{7}{10}$ 로 같다. 이 학교의 전교생 500명 중 임의로 선택한 한 학생이 아침운동을 하지 않았을 때, 이 학생이 여학생일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

24. 유리방정식 $x^2 - 2x - \sqrt{2x^2 - 4x - 3} = 3$ 의 모든 실근의 곱을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

$$(가) a \times b \times c \times d = 6^2$$

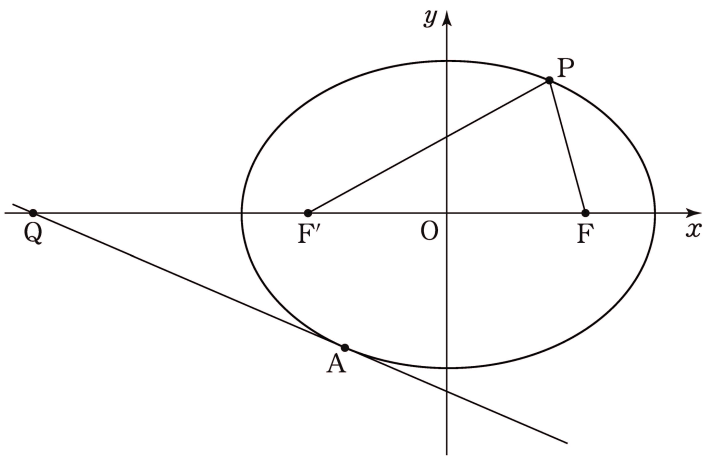
(나) $a \times b$ 는 3의 배수가 아니다.

25. 전체 인구 중 전염병에 감염되었던 사람의 비율이 p 인 두 질병 A, B의 전염속도를 v , 회복력을 r 라고 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

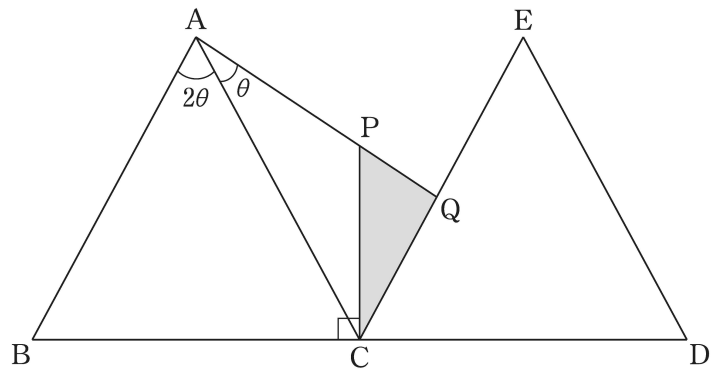
$$\frac{v}{r} = k \frac{\log(1-p)}{p} \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

전체 인구 중 전염병에 감염되었던 사람의 비율이 $\frac{3}{4}$, 회복력이 $\frac{1}{3}$ 인 질병 A의 전염속도를 v_A , 감염되었던 사람의 비율이 $\frac{1}{2}$, 회복력이 $\frac{1}{9}$ 인 질병 B의 전염속도를 v_B 라 하자. $\frac{v_A}{v_B}$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하자. 타원 위에 점 P를 $\overline{OF} = \overline{PF}$ 가 되도록 잡고, 타원 외부의 x축 위에 점 Q를 $\overline{PF'} = \overline{QF'}$ 가 되도록 잡는다. 점 Q에서 타원에 그은 접선의 접점 중 제 3사분면에 있는 점을 A라 하자. 삼각형 APF의 넓이를 S라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. (단, 점 P는 제 1사분면 위에 있다.) [4점]



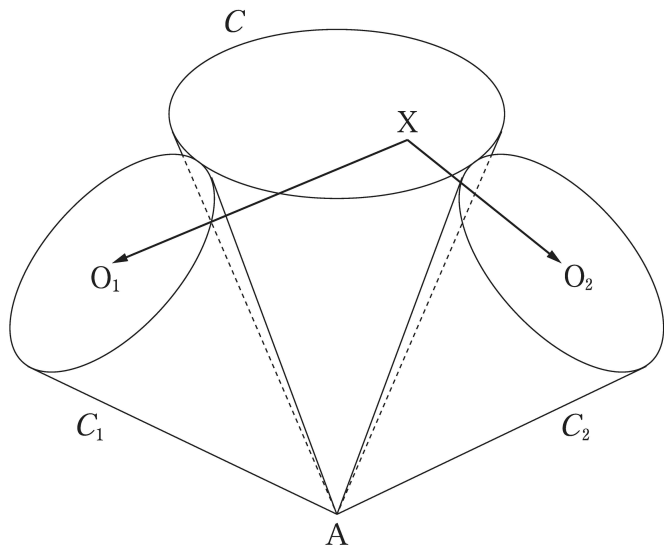
28. 그림과 같이 선분 BC를 한 변으로 하고, $\overline{AB} = \overline{AC} = 2$, $\angle BAC = 2\theta$ 인 이등변삼각형 ABC와, 선분 CD를 한 변으로 하고, $\overline{CE} = \overline{DE} = 2$, $\angle CED = 2\theta$ 인 이등변삼각형 ECD가 선분 BD 위에 놓여있다. $\angle BCP = \frac{\pi}{2}$, $\angle CAP = \theta$ 인 점 P를 잡고, 선분 AP의 연장선과 선분 CE가 만나는 점을 Q라 하자. 삼각형 PCQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta} = \frac{b}{a}$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, a와 b는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 그림과 같이 점 A를 꼭짓점으로 하고 모선의 길이가 같은 세 원뿔 C , C_1 , C_2 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) C 의 밑면의 반지름의 길이는 3이고, C_1 , C_2 의 밑면의 반지름의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.
 (나) C_1 , C_2 는 모두 C 에 외접한다.
 (다) C 의 높이는 $6\sqrt{2}$ 이다.

C_1 , C_2 의 밑면의 중심을 각각 O_1 , O_2 라 하자. C 의 밑면을 포함하는 평면을 α , C 의 밑면 위를 움직이는 점을 X 라 하자. 두 점 O_1 , O_2 를 지나고 평면 α 에 수직인 평면이 C 의 밑면과 한 점에서 만날 때, 두 벡터 $\overrightarrow{XO_1}$, $\overrightarrow{XO_2}$ 의 내적 $\overrightarrow{XO_1} \cdot \overrightarrow{XO_2}$ 의 최댓값을 구하시오. (단, 점 A의 C , C_1 , C_2 의 밑면 위로의 정사영은 각각 C , C_1 , C_2 의 밑면의 중심과 일치한다.) [4점]



30. 두 양수 a , b 와 실수 c 에 대하여 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = e^{ax^2+bx+c}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $100(a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $\frac{g(x)}{x}$ 는 $x = \alpha$ ($\alpha \geq 1$)에서 최댓값 $\frac{1}{\alpha}$ 을 갖는다.
 (나) $x > 0$ 인 어떤 실수 x 에 대하여 부등식 $f'(1)(x-1) + f(1) \leq g(x)$ 가 성립한다.
 (다) $f(3) = e^3$