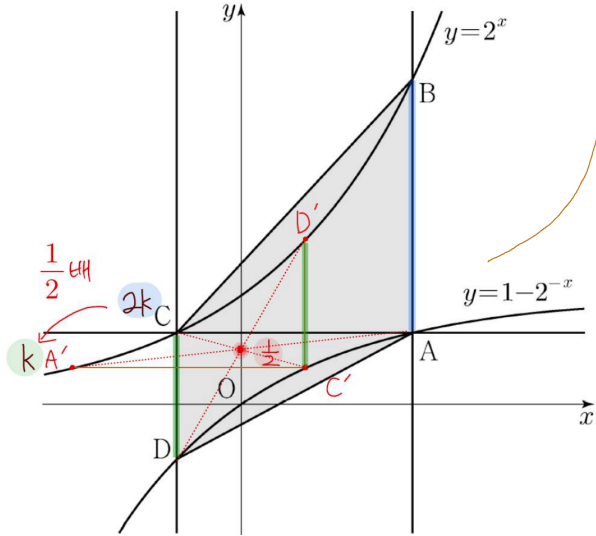


제 2 교시

# 수학 영역

12. 그림과 같이 곡선  $y = 1 - 2^{-x}$  위의 제1사분면에 있는 점 A를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = 2^x$ 과 만나는 점을 B라 하자. 점 A를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = 2^x$ 과 만나는 점을 C, 점 C를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = 1 - 2^{-x}$ 과 만나는 점을 D라 하자.  $\overline{AB} = 2\overline{CD}$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이는?



- ①  $\frac{5}{2} \log_2 3 - \frac{5}{4}$     ②  $3 \log_2 3 - \frac{3}{2}$     ③  $\frac{7}{2} \log_2 3 - \frac{7}{4}$
- ④  $4 \log_2 3 - 2$     ⑤  $\frac{9}{2} \log_2 3 - \frac{9}{4}$

이렇게 생각하는 게 잘 안된다면 위의 계산이 성립할 수밖에 없는 원리를 다음 페이지에서부터 자세하게 분석했으니 꼭 정독하여 이해하길 바라. 그리고 나서 다시 처음 풀이로 돌아와 체화를 해야 해. 그것만으로도 이 한 문제를 통해 엄청난 실력을 쌓을 수 있을 거야.

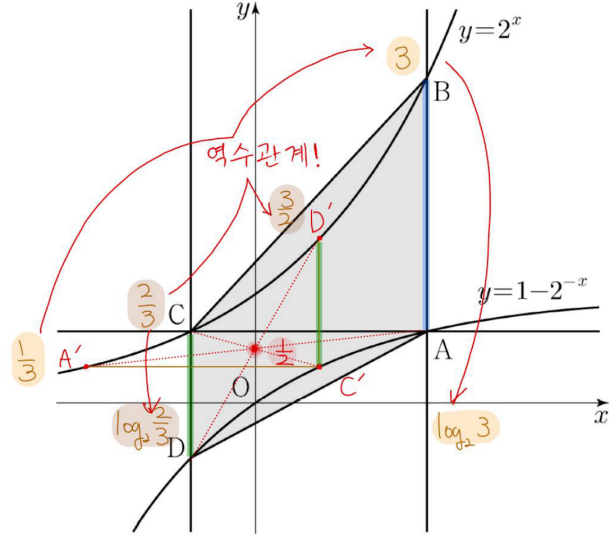


수능수학 Big Data Analyst 김지석  
수능한권 Prism 해설

실전 풀이 ver.

$y = 1 - 2^{-x}$ 와  $y = 2^x$ 는 점  $(0, \frac{1}{2})$ 에 대하여 대칭!

[1줄]  $\frac{2k+k}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = \frac{1}{3}, 2k = \frac{2}{3}$



∴ 사다리꼴 ABCD의 넓이는

$$\frac{1}{2} (\overline{AB} + \overline{C'D'}) \overline{AC} = \frac{1}{2} \left( \left(3 - \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right) \right) (\log_2 2 - \log_2 3) = \frac{7}{2} \log_2 3 - \frac{7}{4}$$

[2줄]



풀컬리 손해설 기술문제집

과목별 6일완성 수능한권



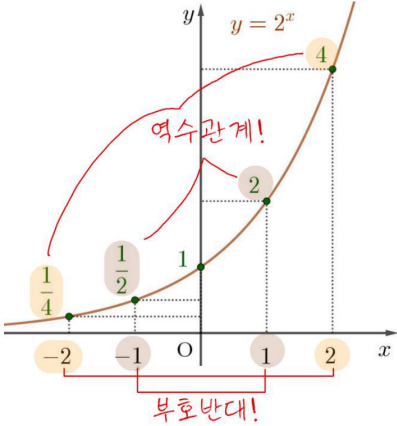
제 2 교시

# 수학 영역

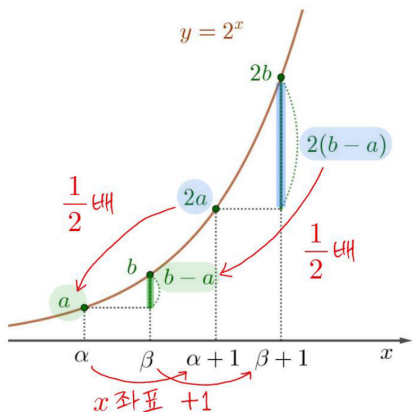
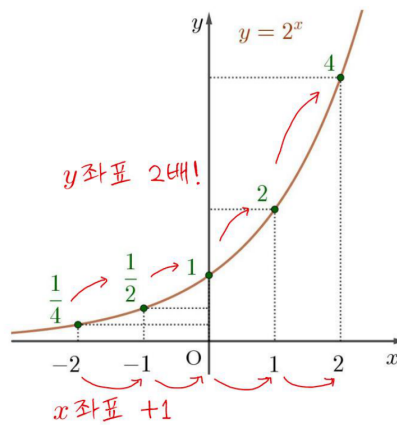
Analysis<sup>MM-</sup>

## 지수함수 그래프에 대한 심도 깊은 이해

①  $y = 2^x$ 의 그래프 위의 점은  $x$ 좌표의 부호가 반대이면  $y$ 좌표는 역수관계이다.



②  $y = 2^x$ 의 그래프 위의 점은  $x$ 좌표가 +1될 때마다  $y$ 좌표가 2배가 된다.  
 ⇨  $x$ 좌표가 -1될 때마다  $y$ 좌표가  $\frac{1}{2}$ 배가 된다.



③  $y = 2^x$  그래프 위의 두 점의  $x$ 좌표가 +1될 때마다,  $y$ 값의 차이도 2배씩 커진다.  
 ⇨  $x$ 좌표가 -1될 때마다  $y$ 값의 차이도  $\frac{1}{2}$ 배가 된다.

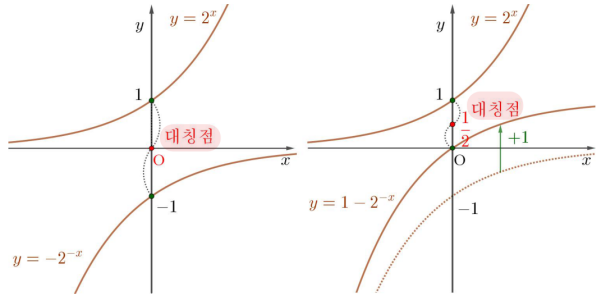


수능수학 Big Data Analyst 김지석  
 수능한권 Prism 해설

자세한 설명 ver.

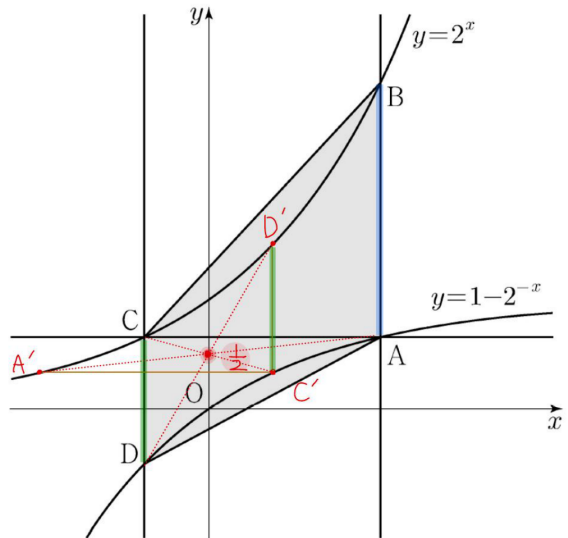
좌표평면에서 사각형의 넓이 구하기  
 → 선분의 길이가 필요하다.  
 → 꼭짓점의 좌표를 파악해야 한다.

(Step1) 그래프의 대칭성 파악하기



$y = 1 - 2^{-x}$ 와  $y = 2^x$ 는 점  $(0, \frac{1}{2})$ 에 대하여 대칭!

[참고]  $y = f(x)$ 의 점  $(a, b)$ 에 대한 대칭은  
 $y = 2b - f(2a - x)$



점 A, C, D의 대칭된 점을 A', C', D'라고 하자.

$\overline{CD} = \overline{C'D'}$

답으로 구해야 하는

ABCD의 넓이 =  $\frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{CD})\overline{AC}$ 에서

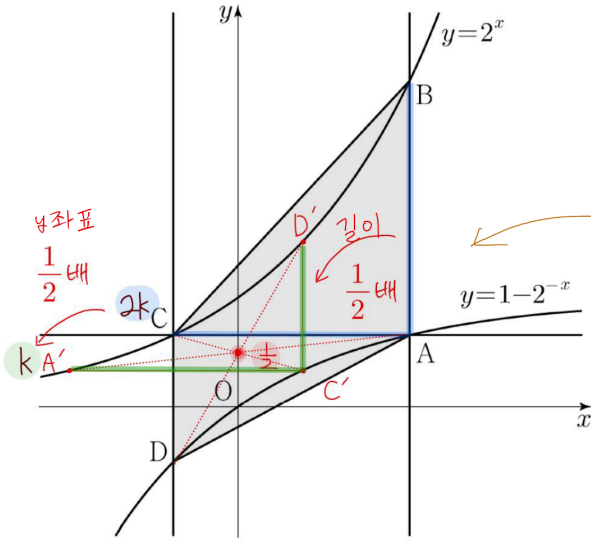
$\overline{CD}$ 를  $\overline{C'D'}$ 로 대신 구하기로 하자!

그렇게 하면 오직  $y = 2^x$  그래프만 활용해도 돼서  
 극단적으로 계산이 간결해지기 때문이다!

제 2 교시

# 수학 영역

(Step2) 길이  $\frac{1}{2}$  배 활용하여 점 C의 좌표 구하기



문제에서 제시된 조건  $AB = 2CD \Leftrightarrow \overline{AB} = 2\overline{C'D'}$   
 점 C의 y좌표를  $2k$ 라고 하자.

→ 점 A'의 y좌표는  $k$  ( $\because$  y좌표  $\frac{1}{2}$  배!)

→ 점 C'의 y좌표도  $k$

점 C와 C'은 점  $(0, \frac{1}{2})$ 에 대하여 대칭이므로

$$\frac{2k+k}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = \frac{1}{3}, 2k = \frac{2}{3}$$

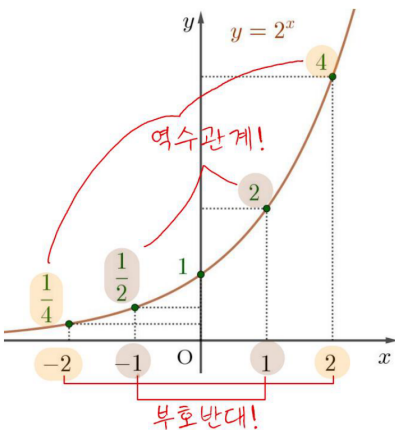
$$2^x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{2}{3}$$

$$\therefore C\left(\log_2 \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

## Analysis<sup>Mr</sup>

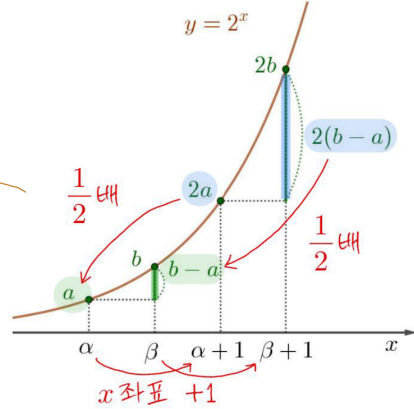
### 지수함수 그래프에 대한 심도 깊은 이해

①  $y = 2^x$ 의 그래프 위의 점은  $x$ 좌표의 부호가 반대이면  $y$ 좌표는 역수관계이다.



## Analysis<sup>Mr</sup>

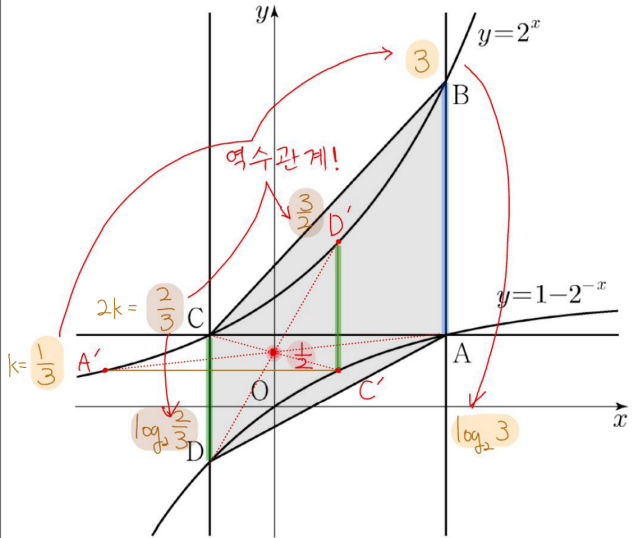
### 지수함수 그래프에 대한 심도 깊은 이해



③  $y = 2^x$  그래프 위의 두 점의  $x$ 좌표가 +1될 때마다,  $y$ 값의 차이도 2배씩 커진다.

$\Leftrightarrow x$ 좌표가 -1될 때마다  $y$ 값의 차이도  $\frac{1}{2}$  배가 된다. (길이)

(Step3) 지수함수 그래프 특징 활용하여 좌표 구하기



점 A'과 B는  $x$ 좌표 부호 반대

$\Leftrightarrow y$ 좌표가 역수관계

→ 점 B의 y좌표는 3  $\rightarrow B(\log_2 3, 3)$

( $\because 2^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_2 3$ )

점 C'과 D'은  $x$ 좌표 부호 반대

$\Leftrightarrow y$ 좌표가 역수관계

→ 점 D'의 y좌표는  $\frac{3}{2}$

$\therefore$  사다리꼴 ABCD의 넓이는

$$\frac{1}{2} (\overline{AB} + \overline{C'D'}) \overline{AC} = \frac{1}{2} \left( 3 - \frac{2}{3} + \left( \frac{3}{2} - \frac{1}{3} \right) \right) (\log_2 3 - \log_2 \frac{2}{3}) = \frac{7}{2} \log_2 3 - \frac{7}{4}$$