

SEOL:NAME Signature

SEION

JUNE, Season 2025

출제 및 검토 이경민 · 윤석민 · 김시현

공통과목 22문항 제한시간 70분



SEOL:NAME
셀레임 모의고사팀 2024

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\frac{\log_3 5 \times \log_5 4}{\log_9 8}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

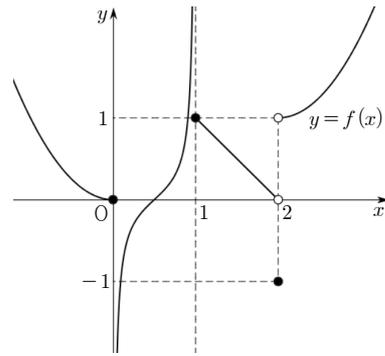
2. 함수 $f(x) = x^3 - x$ 에서 x 의 값이 0에서 2까지 변할 때의 평균변화율은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right) = \frac{3}{5}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 첫째항이 2인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$(n^2+n)(a_{n+1}-a_n)=1$$

을 만족시킬 때, a_7 의 값은? [3점]

- ① $\frac{16}{7}$ ② $\frac{18}{7}$ ③ $\frac{20}{7}$ ④ $\frac{22}{7}$ ⑤ $\frac{24}{7}$

6. 함수 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-k)$ 에 대하여 $f'(1) = 2f'(2)$ 일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

7. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 상수 k 에 대하여 $f(k) = f(k+2) = 2$ 일 때, $k+f(1)$ 의 값은? [3점]

모든 양수 x 에 대하여 $f(x) > 2$ 이고,
모든 음수 x 에 대하여 $f(x) \leq 2$ 이다.

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

8. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$2a_6 = a_4 + 2a_9, \quad a_4 = (a_8)^2$$

일 때, $a_6 + a_{12}$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

9. 상수 k 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + k & (x < a) \\ -x^2 + 4x & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이도록 하는 실수 a 의 값이 오직 하나만 존재할 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

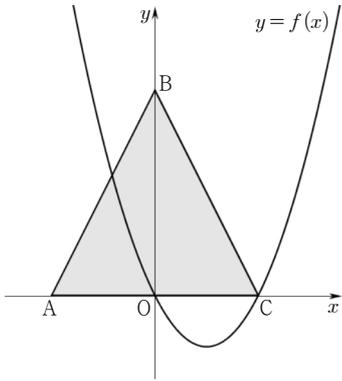
10. 6 이하의 두 자연수 a, b 에 대하여 $2 \leq x \leq \frac{8}{3}$ 에서 함수

$f(x) = a + b \times \sin(b\pi x)$ 의 최솟값이 2가 되도록 하는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 상수 $a (a > 0)$ 에 대하여 세 점 $A(-2, 0)$, $B(0, 2a)$, $C(2, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. 최고차항의 계수가 양수이고 $f(-1) = a$ 인 이차함수 $f(x)$ 의 그래프가 두 점 O, C 를 지난다. 삼각형 ABC 가 곡선 $y = f(x)$ 에 의해 나뉘는 두 영역의 넓이를 크기가 큰 순서대로 각각 A, B 라 하자. $A - B = 2$ 일 때, a 의 값은? [4점]

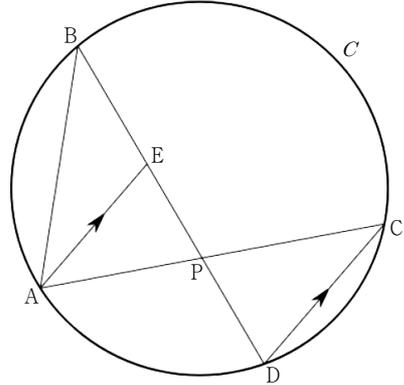
- ① $\frac{14}{15}$ ② $\frac{15}{16}$ ③ $\frac{16}{17}$ ④ $\frac{17}{18}$ ⑤ $\frac{18}{19}$



12. 그림과 같이 원 C 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D 에 대하여 두 선분 AC, BD 가 점 P 에서 만난다. 점 A 를 지나고 직선 CD 와 평행한 직선이 선분 BP 와 만나는 점을 E 라 하자.

$$\frac{\sin(\angle ABP)}{\sin(\angle AEP)} = \frac{2}{3}, \quad \cos(\angle APB) = \frac{1}{3}$$

이다. $\overline{AE} = 4, \overline{PD} = 3$ 일 때, 원 C 의 반지름의 길이는? [4점]



- ① $\frac{9\sqrt{66}}{16}$ ② $\frac{5\sqrt{66}}{8}$ ③ $\frac{11\sqrt{66}}{16}$
 ④ $\frac{3\sqrt{66}}{4}$ ⑤ $\frac{13\sqrt{66}}{16}$

13. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t)(|t+1|+t+1)dt \geq 0,$$

$$\int_3^x f(t)(|t|-t)dt \leq \frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $f(1)+f(-1)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 40 ② 48 ③ 56 ④ 64 ⑤ 72

14. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \sqrt{a_n} - 3 & (a_n \geq 2) \\ -a_n + 4 & (a_n < 2) \end{cases}$$

을 만족시킨다.

$$2 \leq a_1 \leq 200, \quad a_3 \times a_4 \times a_5 < 0$$

이도록 하는 정수 a_1 의 개수는? [4점]

- ① 77 ② 79 ③ 81 ④ 83 ⑤ 85

15. 최고차항의 계수가 자연수이고 $-8 \leq f'(0) < 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(4)$ 의 값은? [4점]

실수 k 에 대하여

열린구간 $(k, k+1)$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 역함수를 가지도록 하는 필요충분조건은

열린구간 $(k+1, k+2)$ 에서 정의된 함수 $f(x) - 8|x|$ 가 역함수를 가지는 것이다.

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

단답형

16. 방정식 $32 \times 4^{\frac{x}{3}} = 2^{x+1}$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+a}-b}{x-1} = \frac{1}{2}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (a_n + b_n) = 46, \quad \sum_{n=1}^{10} (a_n - b_n) = 18$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} (a_n + 2b_n)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

19. 시각 $t=0$ 일 때 각각 점 A(5)와 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 상수 $k(k > 0)$ 에 대하여 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = 3t^2 + (k-6)t, \quad v_2(t) = 2k$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q 사이의 거리가 4이도록 하는 시각 t 의 개수가 3일 때, $60k$ 의 값을 구하십시오. [4점]

20. 다음 조건을 만족시키는 n, k 에 대하여 $n-k$ 의 값을 구하십시오. [4점]

자연수 $n(4 \leq n \leq 10)$ 과 정수 k 에 대하여

$$\frac{k}{2}, \log_2 \frac{n^2+k}{n+1}, \log_4(n^2+k)$$

가 모두 정수이다.

21. 최고차항의 계수가 1 이고 최솟값이 m 인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $\{f(x)\}^2 = t^2$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\{f(2)\}^2$ 의 값을 구하시오. (단, m 은 상수이다.) [4점]

(가) 함수 $g(t)\{g(t)-9\}$ 가 불연속이도록 하는 모든 t 의 곱은 $4m^2$ 이다.

(나) $f(1)=f(0)+2$, $f\left(\frac{1}{2}\right)>0$, $f(2)<0$

22. 실수 $a(a > 1)$ 과 자연수 b 에 대하여 열린구간 $\left(-\frac{1}{4}, \infty\right)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{b}{4} + \log_a\left(2x + \frac{1}{2}\right) & \left(-\frac{1}{4} < x < \frac{1}{4}\right) \\ a^{\frac{1}{4}-x} + \frac{b}{4} - 1 & \left(x \geq \frac{1}{4}\right) \end{cases}$$

가 있다. $f(f(x))$ 의 값이 존재하도록 하는 모든 실수 x 의 집합을 A 라 하고, 집합 B 를

$$B = \{f(f(x)) \mid x \in A\}$$

라 하자. $A \subset B$ 이도록 하는 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.