2025학년도

모의논술고사 문제지(자연계)

경희대학교

[온라인]

지원학부(과) (　　　　　)　　　　수험번호 | | | | | |　　　　성 명 (　　　　)

<유의사항>

1. 제목은 쓰지 마시고 특별한 표시를 하지 마시오.
2. 제시문 속의 문장을 그대로 쓰지 마시오.
3. 답안지에 답안과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마시오.(예: 감사합니다. 등)
4. 답안 정정 시에는 두줄을 긋고 작성하며, 수정도구(수정액 또는 스티커) 사용은 절대 불가합니다.
5. 답안 작성은 답안지 인쇄된 부분을 이용하여 반드시 논제당 1쪽 이내로 작성하시오.
6. **자연계 문제지는 총 2쪽입니다.**

[가] 두 초점 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)$으로부터의 거리의 차가 $2a(c>a>0)$인 쌍곡선의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \text{ (단, } b^2=c^2-a^2\text{)}$$

[나] 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리 d는

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

[다] 공간에서 직선 l이 평면 α 위의 모든 직선과 수직일 때, 직선 l과 평면 α는 서로 수직이라고 하며, 이것을 기호로 $l\perp\alpha$와 같이 나타낸다.

[라] 중심의 좌표가 (a, b, c)이고 반지름의 길이가 r인 구의 방정식은

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$$

[마] 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(x))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

[바] 두 직선 $l: y=mx+n$, $l': y=m'x+n'$에서

1. l과 l'이 서로 수직이면 $mm'=-1$이다.
2. $mm'=-1$이면 l과 l'은 서로 수직이다.

< 뒷면에 계속 >

[논제 Ⅰ] 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$과 $\mathrm{Q}(x_2, y_2)$에 대하여 다음 물음에 답하시오. (단, 점 P와 Q는 각각 제 1, 2사분면 위에 있다.)

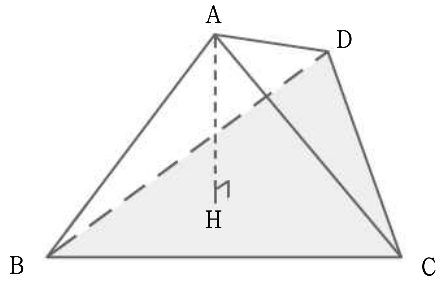
(1) 양수 c에 대하여 쌍곡선의 두 초점을 각각 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)$이라 할 때, 삼각형 QFF'과 삼각형 PQF의 넓이를 각각 구하고, 그 근거를 논술하시오. (14점)

(2) $y_1=t$, $y_2=1$이라 하자. 이때, 삼각형 PQF와 삼각형 PFF'의 넓이의 비를 $R(t)=\frac{\triangle \mathrm{PQF}}{\triangle \mathrm{PFF}'}$라 하자. 극한값 $\lim_{t\to\infty} R(t)$을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (16점)

[논제 Ⅱ] 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{DB}}=10$인 사면체가 있다. 꼭짓점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라고 하고, 평면 ABC와 평면 BCD가 이루는 각의 크기를 θ라고 하자. 점 H는 삼각형 BCD의 무게중심이고, $\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 선분 AB의 길이를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (16점)

(2) 사면체에 외접하는 구의 반지름을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (17점)



[논제 Ⅲ] 곡선 $y=x^2$ 위의 한 점 $\mathrm{P}_1(a, a^2)$ $(a>0)$과 그 점에서의 접선 l_1을 생각하자. 다음 물음에 답하시오.

(1) 점 P_1을 지나고 직선 l_1에 수직인 직선 m을 생각하자. 직선 m이 곡선 $y=x^2$과 만나는 점 중 P_1이 아닌 점을 P_2라 하고, 점 P_2에서의 접선 l_2를 생각하자. 곡선 $y=x^2$과 직선 l_1과 x축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 A, 곡선 $y=x^2$과 직선 l_2와 x축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 B라 하자. 이때, 극한 $\lim_{a\to 0} AB$를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (18점)

(2) 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $\mathrm{P}_3(b, b^2)$ $(b<0)$과 $\mathrm{P}_4(c, c^2)$ $(c<0)$을 생각하자. 점 P_3을 지나고 점 P_3에서의 접선에 수직인 직선을 l_3이라 하자. 점 P_4를 지나고 점 P_4에서의 접선에 수직인 직선을 l_4라 하자. 직선 l_3과 l_4가 모두 점 P_1을 지나고, 점 P_3과 P_4가 $\overrightarrow{\mathrm{P}_1\mathrm{P}_3}\cdot\overrightarrow{\mathrm{P}_1\mathrm{P}_4}=\frac{51}{4}$을 만족할 때, $b+c$를 구하고 그 근거를 논술하시오. (19점)

< 수학끝 > - 총 1장 2쪽입니다. -