

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $3^{2+\sqrt{3}} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 27 ② 9 ③ 3 ④ 1 ⑤ $\frac{1}{3}$

2. 함수 $f(x) = 3x^3 + 2x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\frac{4}{5}$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

4. 실수 a 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x - a & (x \leq 2) \\ -x + 1 & (x > 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 실수 a 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = -4x^2 + x + a$$

를 만족시킬 때, $f(a)$ 의 값은? [3점]

- ① -23 ② -18 ③ -13 ④ -8 ⑤ -3

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 + a_5 = a_4 = 4$$

를 만족시킨다. a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

7. 실수 a 에 대하여 함수

$$f(x) = x^3 - ax^2 - (a+2)x + 3$$

이 $x=a$ 에서 극솟값을 가질 때, $f(a+2)$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

8. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a = \log_2 9$, $b = \log_3 c$ 이다.

$ab = \log_2(2c^2 - 5c - 6)$ 일 때, c 의 값은? [3점]

- ① -15 ② -8 ③ -1 ④ 6 ⑤ 13

9. 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \{f(x) + f(-x+2)\} = 0$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 1} |f(x)|$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

10. 점 O 를 중심으로 하는 원 C 에 내접하는 삼각형 ABC 에 대하여

부채꼴 BOC 의 넓이가 $\frac{\pi}{3}$ 이고, 원 C 의 반지름의 길이가 1일 때,

\overline{BC}^2 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

11. 양수 k 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^3 + \frac{k}{2}t^2 - 18t$$

이다. 점 P 가 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 시각 $t=2$ 에서 운동방향을 바꿀 때, 시각 $t=0$ 에서 $t=k$ 까지 점 P 가 이동한 거리는? [4점]

- ① $\frac{41}{2}$ ② 23 ③ $\frac{51}{2}$ ④ 28 ⑤ $\frac{61}{2}$

12. 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} 5n-4 & (n \leq k) \\ a_k \times r^{n-k} & (n > k) \end{cases}$$

를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째값이 16이고, 최솟값이 -8 일 때, $k + \sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값은? (단, k 는 자연수이고, r 은 실수이다.)

[4점]

- ① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

13. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 의 점 $A(0, f(0))$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 B , 점 A 를 지나고 점 A 에서의 접선과 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 C 라 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이는 45이고, $\overline{AO} : \overline{BC} = 2 : 5$ 이다. $f(3)$ 의 값은? (단, $f(0) > 0$, $f'(0) > 1$ 이다.) [4점]

- ① 9 ② 15 ③ 21 ④ 27 ⑤ 33

14. 원 $C: x^2 + y^2 = 1$ 과 곡선 $y = \sin \frac{\pi}{2}x$ 의 제 1사분면에서의

교점의 x 좌표를 α 라 할 때, $\sin\left(\frac{2\pi\alpha^2 - \pi + \pi\sin^2 \frac{\pi}{2}\alpha}{2\alpha^2}\right)$ 의

값은? [4점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차 이하의 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow a^+} x^3 f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

을 만족시키도록 하는 서로 다른 정수 a 의 개수가 2이고 그 합이 0이다. $f(2) = 6$ 일 때, $f(3)$ 의 값은? (단, $-10 < a < 10$ 이다.) [4점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

단답형

16. 부등식

$$\log_2(x-1) \leq 5$$

를 만족시키는 모든 정수 x 의 개수를 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 4x^3 + 4x$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{6}{(k+1)a_k} = \frac{n^2 + n + 4}{2}$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 x 축과 한 점에서만 만날 때,

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = 12$$

이다. $f(3)$ 의 값을 구하시오. (단, $f'(-3) \neq 0$ 이다.) [3점]

20. 실수 a 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x + 5 & (x < a) \\ 2^{x-2} + 1 & (x \geq a) \end{cases}$$

가 $0 \leq x \leq 5$ 에서만 역함수를 갖지 않을 때, a 의 값을 구하시오. [4점]

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 구간 $[0, \infty)$ 에서

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & (0 \leq x < 1) \\ 4-2x & (1 \leq x < 3), \quad f'(x) = f'(x+4) \\ 2x-8 & (3 \leq x < 4) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $f(0) = n\{1 + (-1)^n\}$ 일 때, 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 10이하의 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. (단, m 은 자연수이다.) [4점]

(가) $(-1)^n f(x) = f(-x)$

(나) $\int_{-2n}^{2n} f(x) dx = 26n\{1 + (-1)^n\}$

22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_{n+1} - a_n - 2)(a_{n+1} - a_n + 6) = 0 \text{이다.}$$

(나) 6이상의 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+4} = a_n$ 이고

$$\sum_{n=6}^{20} a_n = 76 \text{이다.}$$

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(6x+1)}{\ln(2x+1)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 3) = 1$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ (a_n)^2 + \left(\frac{2}{a_n} \right)^n \right\}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

25. 함수 $f(x) = \int_{\sqrt{x}}^x 2\sin^2 t dt$ 에 대하여 $\int_0^{\sqrt{\pi}} f(x) dx$ 의 값은?

[3점]

- ① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

26. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 방정식 $f(x) - g(x) = 0$ 의 실근은 $x = 3$ 뿐이다. $f'(3) > 0$ 일 때, $f'(3) + g'(3)$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

27. 함수 $f(x) = 3x \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{n^2 - 3x^2 k^2}{n^3} \right)$ 에 대하여

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

28. 두 자연수 a, b 에 대하여

$$a_n = b \times a^{n-1}, b_n = a \times b^{n-1}$$

인 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 $a+b$ 의 값의 합은? [4점]

(가) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n b_n} > \frac{1}{80}$

(나) $0 < \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8^n + 2^n a_n}{b_n} \leq 4$

- ① 58 ② 54 ③ 50 ④ 46 ⑤ 42

단답형

29. 함수

$$f(x) = -\frac{\cos\pi x}{\pi} + \frac{1}{2}x$$

의 닫힌구간 $[1, t]$ 에서의 최댓값을 $g(t)$ 라 할 때,

$$\sum_{n=1}^{24} \{g(n) + g'(n)\} = a + \frac{b(2+\sqrt{3})}{\pi} \text{ 이다. } a+b \text{의 값을}$$

구하시오. (단, a, b 는 자연수이고, $f(\frac{7}{6}) > f(2)$ 이다.) [4점]

30. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = e^{-x} \sin ax$$

이다. $f(0) = -\frac{2}{5}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극값을

모두 더한 값을 S 라 하면 $S = \frac{q}{p(e^{\frac{\pi}{2}} + 1)}$ 이다. $p+q$ 의 값을

구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

답안

1. ②
2. ④
3. ③
4. ⑤
5. ①
6. ③
7. ⑤
8. ④
9. ①
10. ②
11. ⑤
12. ④
13. ③
14. ⑤
15. ②
16. 32
17. 27
18. 3
19. 16
20. 4
21. 31
22. 100
23. ⑤
24. ③
25. ④
26. ②
27. ⑤
28. ②
29. 157
30. 7