

안녕맨의 손으로 만든 제 9회 2017 대수능 대비 기출 시험지

제 2 교시

수리 영역

‘가’형

성명

수험 번호

3

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면, 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $5^{\frac{2}{3}} \times 25^{-\frac{5}{6}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ 1
④ 5 ⑤ 25

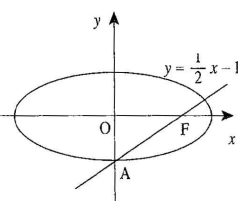
2. 두 벡터 $\vec{a} = (-1, 3)$ 과 $\vec{b} = (2, 1)$ 에 대하여 내적 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ 의 값은? [2점]

- ① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

3. $4\cos^2 x + 4\sin x = 5$ 일 때, $\sin x$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

4. 그림과 같이 원점을 중심으로 하는 타원의 한 초점을 F라 하고, 이 타원이 y 축과 만나는 한 점을 A라고 하자. 직선 AF의 방정식이 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이는? [3점]



- ① $4\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{7}$ ③ 5
④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

5. $f(x) = (x^2 + 1)e^x$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

6. 좌표평면 위에 원점 O 를 시점으로 하는 서로 다른 임의의 두 벡터 \overrightarrow{OP} , \overrightarrow{OQ} 가 있다. 두 벡터의 중점 P , Q 를 x 축 방향으로 3만큼, y 축 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점을 각각 P' , Q' 이라 할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

[보 기]

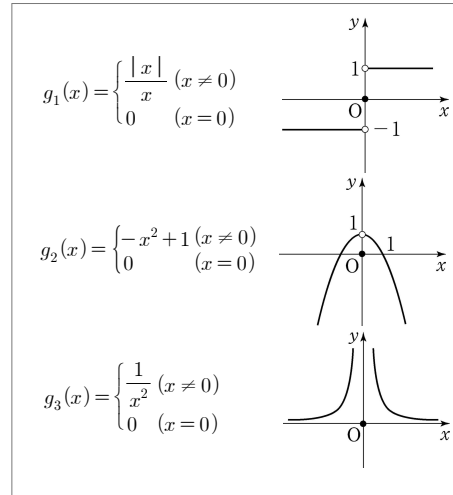
- ㄱ. $|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP'}| = \sqrt{10}$
ㄴ. $|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}| = |\overrightarrow{OP'} - \overrightarrow{OQ'}|$
ㄷ. $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP'} \cdot \overrightarrow{OQ'}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 모든 실수에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 에 대하여 함수 $y = x^k f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 가장 작은 자연수 k 를 $N(f)$ 로 나타내자. 예를 들어,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases} \text{ 이면 } n(f) = 2 \text{ 이다.}$$

다음 함수 g_i ($i = 1, 2, 3$)에 대하여 $N(g_i) = a_i$ 라 할 때, a_i 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? [3점]



- ① $a_1 = a_2 < a_3$ ② $a_1 < a_2 = a_3$
③ $a_1 = a_2 = a_3$ ④ $a_2 = a_3 < a_1$
⑤ $a_3 < a_1 = a_2$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x^3 + 5x^2 + 4x)}{2x^3 + 2x^2 + x}$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 3 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{\sin 3}{2}$

9. 좌표공간에서 xy 평면, yz 평면, zx 평면은 공간을 8개의 부분으로 나눈다. 이 8개의 부분 중에서
 구 $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 24$ 가 지나는 부분의 개수는?

[4점][2006년 수능]

- ① 8 ② 7 ③ 6
 ④ 5 ⑤ 4

10. 함수 $f(x) = [x[x]]$ 에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[3점]

[보 기]

- ㄱ. $f(x) = -1$ 이 되는 x 는 존재하지 않는다.
 ㄴ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid n \leq x < n+1\}$ 의 원소의 개수는 n 개다.
 ㄷ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid -n \leq x < -n+1\}$ 의 원소의 개수는 $n+1$ 개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 흰 공 2개, 검은 공 2개가 들어있는 상자에서 1개의 공을 꺼내어 그것이 흰 공이면 동전을 3회 던지고 검은 공이면 동전을 4회 던질 때, 앞면이 3회 나올 확률은?

(단, 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 같다.) [3점]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{7}{16}$
 ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{11}{16}$

12. 임의의 양의 실수 x 에 대하여, x 를 넘지 않는 소수의 개수를 $f(x)$ 라 하자. 예를 들면 $f\left(\frac{5}{2}\right)=1$, $f(5)=3$ 이다. <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

[보 기]

I. $f(10)=4$

II. 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) < x$ 이다.

III. 임의의 양의 실수 x 에 대하여 $f(x+1)=f(x)$ 이다.

- ① I ② I, II ③ I, III
 ④ II, III ⑤ I, II, III

13. 어느 공장에서 생산되는 제품의 무게 <표준정규분포표>

가 정규분포 $N(11, 2^2)$ 을 따른다고 하자.

A와 B 두 사람이 크기가 4인 표본을 각각 독립적으로 임의추출하였다.

A와 B가 추출한 표본의 평균이 모두 10 이상 14 이하가 될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1	0.3413
2	0.4772
3	0.4987

- ① 0.8123 ② 0.7056 ③ 0.6587
④ 0.5228 ⑤ 0.2944

14. $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 일 때, $\frac{1}{3+4\sin^2\theta} + \frac{1}{3+4\cos^2\theta}$ 의 최소값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

15. 원점 O 를 지나고 기울기가 $\tan\theta$ 인 직선 l 이 있다. 두 점 $A(0, 2)$, $B(2\sqrt{3}, 0)$ 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 A' , B' 이라 하자.

원점 O 로부터 점 A' 까지의 거리와 점 B' 까지의 거리의 합 $\overline{OA'} + \overline{OB'}$ 이 최대가 되는 θ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [4점]

① $\frac{\pi}{12}$

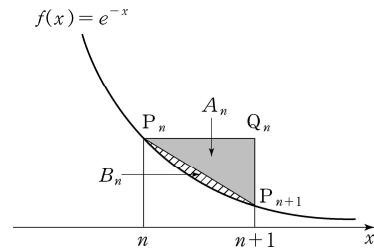
② $\frac{\pi}{6}$

③ $\frac{\pi}{4}$

④ $\frac{\pi}{3}$

⑤ $\frac{5}{12}\pi$

16. 함수 $f(x) = e^{-x}$ 과 자연수 n 에 대하여 점 P_n, Q_n 을 각각 $P_n(n, f(n))$, $Q_n(n+1, f(n))$ 이라 하자. 삼각형 $P_n P_{n+1} Q_n$ 의 넓이를 A_n , 선분 $P_n P_{n+1}$ 과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 B_n 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



[보 기]

㉠. $\int_n^{n+1} f(x) dx = f(n) - (A_n + B_n)$

㉡. $\sum_{n=1}^{\infty} A_n = \frac{1}{2e}$

㉢. $\sum_{n=1}^{\infty} B_n = \frac{3-e}{2e(e-1)}$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

17. 어느 고등학교에서 특정한 제품을 선호하는 학생의 비율 p 를 알아보기로 하였다. 이 학교 학생 중에서 n 명의 학생을 임의추출하여 그 제품을 선호하는 표본비율 \hat{p} 을 구하였다. 비율 p 의 신뢰구간에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, Z 가 표준정규분포를 따를 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 이다.)

[4점]

[보 기]

- ㄱ. $n=100$ 이고 $\hat{p} = \frac{1}{5}$ 인 경우 비율 p 의 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $[0.1216, 0.2784]$ 이다.
- ㄴ. 신뢰도 95%일 때, $n=400$ 인 경우의 최대 허용 표본오차는 $n=100$ 인 경우의 최대 허용 표본오차의 $\frac{1}{4}$ 이다.
- ㄷ. $n=50$ 인 표본을 100번 임의추출하여 비율 p 의 신뢰도 95%의 신뢰구간 100개를 구해 보면, 이 중 약 95개는 비율 p 를 포함한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 각각

$$a_n = \frac{1}{2^{n-1}} \cos \frac{(n-1)\pi}{2}, \quad b_n = \frac{1+(-1)^{n-1}}{2^n} \text{ 일 때,}$$

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[보 기]

- ㄱ. 모든 자연수 k 에 대하여 $a_{3k} < 0$ 이다.
- ㄴ. 모든 자연수 k 에 대하여 $a_{4k-1} + b_{4k-1} = 0$ 이다.
- ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{3}{5} \sum_{n=1}^{\infty} b_n$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

19. $a > 1$ 일 때, 함수 $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax - 4a + 2$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 의 한 실근을 b 라 하자.
다음은 두 수 a, b 의 크기를 비교하는 과정이다.

$f'(x) = \boxed{\text{(가)}}$ 이고 $a > 1$ 이므로
 $f(x)$ 는 $x = 1$ 에서 $\boxed{\text{(나)}}$ 을 가진다.
 그런데 $f(1) < 0$ 이고 $f(b) = 0$ 이므로 $a \boxed{\text{(다)}} b$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|-----------------|-----|-----|-----|
| ① $6(x+a)(x+1)$ | 극소값 | > | |
| ② $6(x+a)(x+1)$ | 극소값 | < | |
| ③ $6(x-a)(x-1)$ | 극소값 | > | |
| ④ $6(x-a)(x-1)$ | 극대값 | < | |
| ⑤ $6(x-a)(x-1)$ | 극대값 | > | |

20. 그림과 같이 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 이고 반지름의 길이가 6인 부채꼴 OAB가 있다.

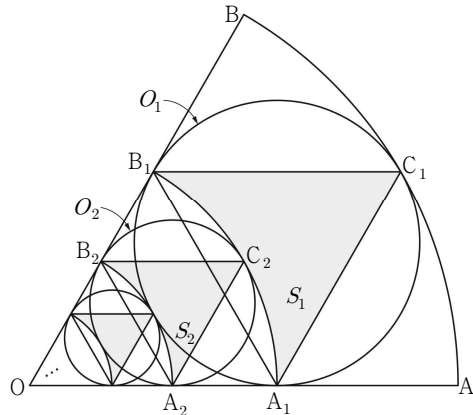
부채꼴 OAB에 내접하는 원 O_1 이 두 선분 OA, OB, 호 AB와 만나는 점을 각각 A_1, B_1, C_1 이라 하고, 부채꼴 OA_1B_1 의 외부와 삼각형 $A_1C_1B_1$ 의 내부의 공통부분의 넓이를 S_1 이라 하자.

부채꼴 OA_1B_1 에 내접하는 원 O_2 가 두 선분 OA_1, OB_1 , 호 A_1B_1 과 만나는 점을 각각 A_2, B_2, C_2 라 하고, 부채꼴 OA_2B_2 의 외부와

삼각형 $A_2C_2B_2$ 의 내부의 공통부분의 넓이를 S_2 라 하자.

위와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 부채꼴 OA_nB_n 의 외부와 삼각형 $A_nC_nB_n$ 의 내부의 공통부분의 넓이를 S_n 이라

할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- | | | |
|----------------------|-----------------------|----------------------|
| ① $8\sqrt{3} - 3\pi$ | ② $8\sqrt{3} - 2\pi$ | ③ $9\sqrt{3} - 3\pi$ |
| ④ $9\sqrt{3} - 2\pi$ | ⑤ $10\sqrt{3} - 3\pi$ | |

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 함수 $|f(x)-f(3)|$ 은 한 점에서만 미분가능하지 않다.
 (나) 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극솟값 5를 갖는다.

- ① 10 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 18

단답형

22. 함수 $f(x)=(x+1)^3+\ln x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = x^3$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 되었다.

$g(0) = 0$ 이고 $\int_a^{3a} g(x) dx - \int_0^{2a} f(x) dx = 32$ 일 때, a^4 의 값을 구하시오. [3점]

26. 양수 a 에 대하여 폐구간 $[-a, a]$ 에서 함수

$$f(x) = \frac{x-5}{(x-5)^2 + 36}$$

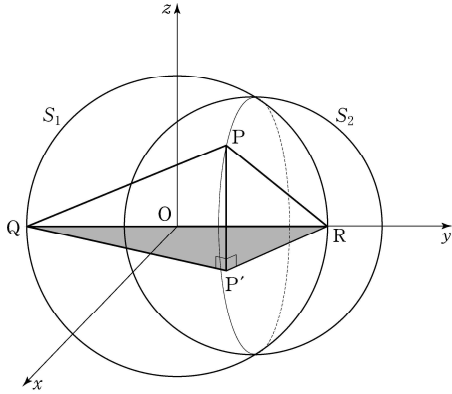
의 최대값을 M , 최소값을 m 이라 할 때, $M+m=0$ 이 되도록 하는 a 의 최소값을 구하시오. [4점]

25. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f'(x) = \begin{cases} 3\sqrt{x} & (x > 1) \\ 2x & (x < 1) \end{cases}$$

이다. $f(4)=13$ 일 때, $f(-5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 두 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 81$, $x^2 + (y-5)^2 + z^2 = 56$ 을 각각 S_1 , S_2 라 하자. 두 구 S_1 , S_2 가 만나서 생기는 원 위의 한 점을 P라 하고, 점 P의 xy 평면 위로의 정사영을 P'이라 하자. 구 S_1 과 y 축이 만나는 점을 각각 Q, R라 할 때, 사면체 PQP'R의 부피의 최대값을 구하시오. [4점]



28. 그림과 같이 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 이고, 반지름의 길이가 8인

부채꼴 OAB가 있다. 2 이상의 자연수 n 에 대하여

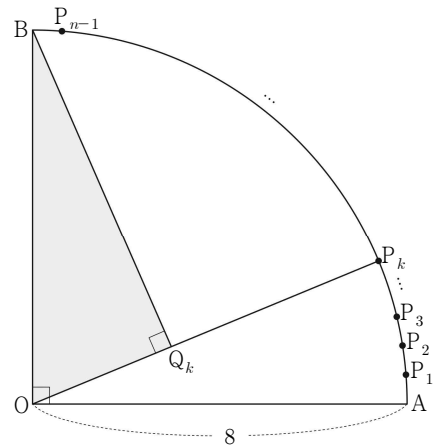
호 AB를 n 등분한 각 분점을 점 A에서 가까운 것부터

차례로 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n-1}$ 이라 하자. $1 \leq k \leq n-1$ 인

자연수 k 에 대하여 점 B에서 선분 OP_k 에 내린 수선의 발을

Q_k 라 하고, 삼각형 OQ_kB 의 넓이를 S_k 라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} S_k = \frac{\alpha}{\pi}$ 일 때, α 의 값을 구하시오. [4점]



29. 양의 실수 k 에 대하여 곡선 $y = k \ln x$ 와 직선 $y = x$ 가 접할 때, 곡선 $y = k \ln x$, 직선 $y = x$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $ae^2 - be$ 이다. $100ab$ 의 값을 구하시오.
(단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

30. 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 와 평면 $z = -1$ 이 만나서 생기는 원을 C 라 하자. x 축을 포함하는 평면 α 와 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 가 만나서 생기는 원이 C 와 오직 한 점에서 만날 때, 평면 α 의 한 법선벡터를 $\vec{n} = (a, 3, b)$ 라 하자. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]