

제 2 교시

수학 영역 [나 형]

5지선다형

1. $5^{\frac{1}{2}} \times 25^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. ${}_3P_2 \times {}_4H_3$ 의 값은? [2점]

- ① 30 ② 60 ③ 90 ④ 120 ⑤ 150

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 2n}{2n^3}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. $\log_5 3 \times \log_3 25$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 전체 집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분 집합

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{2, 3, 5, 7\}$$

에 대해, $n(A^C \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 함수 $f(x) = \frac{2}{x}$ 를 x 축으로 3만큼 y 축으로 2만큼 평행 이동하여 얻은 새로운 함수가 $g(x)$ 일 때, $g(1)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 삼차함수 $f(x) = (x+1)(2x^2+1)$ 에 대해 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

8. 각 면에 1, 2, 3, 4가 쓰인 정사면체 모양의 주사위 3개를 동시에 바닥에 던질 때, 바닥과 닿은 면에 쓰인 숫자들의 곱이 짝수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

9. 함수 $f(x)$ 에 대해

$$f'(x) = 3x^2 + 4, \quad f(2) = 2f(1)$$

일 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 27 ② 36 ③ 45 ④ 54 ⑤ 60

10. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대해

$$P(A|B) = \frac{1}{4}, \quad P(A) + P(B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

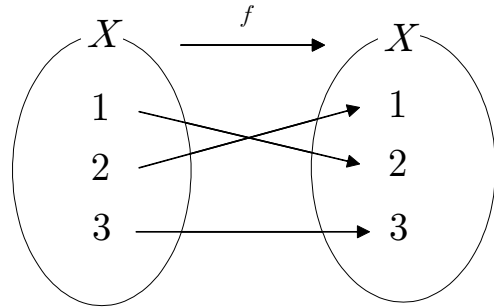
- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

11. A고등학교에서 학생 한 명의 몸무게는 평균이 $63kg$, 표준편차가 $3kg$ 인 정규분포를 따른다. A고등학교에서 임의로 뽑은 한 학생의 몸무게가 $60kg$ 이상일 확률을 아래 표준정규분포를 이용하여 구한 값은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.6915 ② 0.7114 ③ 0.8413 ④ 0.9332 ⑤ 0.9772

12. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(f \circ f)(1) + (f \circ f)(2) + (f \circ f)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

13. 서로 다른 6개의 색연필을 빨간색 필통, 노란색 필통, 파란색 필통에 나누어 담을 때 가능한 경우의 수는? (단, 빈 필통은 없다.) [3점]

- ① 180 ② 360 ③ 540 ④ 720 ⑤ 960

14. 양수 부분에서 곡선 $y = \frac{x^2}{a^2}$ 과 $y = a\sqrt{x}$ 로

둘러싸인 영역의 넓이는 $\frac{16}{3}$ 이다. 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\sqrt[4]{2}$ ③ $\sqrt[3]{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

15. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n k^2 a_k = n^2 + n$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. A고등학교에서 컴퓨터 게임을 해본 경험이 있는 학생의 비율을 알아보기 위해 A고등학교 학생 400명을 임의추출하여 조사한 결과 360명이 컴퓨터 게임을 한 경험이 있다고 답하였다. A고등학교 학생 중에 컴퓨터 게임을 해본 적 있는 학생의 비율 p 를 신뢰도 86.64%로 추정 한 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 일 때, 아래 표준정규분포표를 활용하여 구한 $b-a$ 의 값은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.035 ② 0.045 ③ 0.055 ④ 0.065 ⑤ 0.075

17. 실수 전체에서 연속인 함수 $f(x)$ 는 아래 조건을 만족시킨다.

- (가) $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $y = |2x|$ 이다
 (나) 모든 실수 x 에 대해 $f(x+4) = f(x)$ 이다.

실수 전체의 집합에서 정의되는 함수 $g(x) = \int_x^{x+2} f(t)dt$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

18. 다음은 $\sqrt{3}$ 이 무리수임을 보이는 과정이다.

$\sqrt{3}$ 이 유리수라고 가정해보자.

유리수의 정의에 의해 $\sqrt{3} = \frac{p}{q}$ 라 할 수 있으며,

이 때 p 와 q 는 서로소인 자연수이다.

위 식의 양변을 제곱하면 $3 = \frac{p^2}{q^2}$, $p^2 = 3q^2$ 이다.

p^2 이 3의 배수이고 p 는 자연수이므로 p 역시 3의 배수이다. 따라서 q 는 (가)의 배수가 된다.

이는 (나)에 모순이므로 (다)에 의해 $\sqrt{3}$ 이 유리수라는 가정은 틀렸다.

따라서 $\sqrt{3}$ 은 무리수이다.

(가)에 알맞은 숫자와 (나), (다)에 들어갈 말로 적절한 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|-----|---------------------------|---------|
| ① | 3 | p 와 q 는 서로소인 자연수 | 귀류법 |
| ② | 3 | p 와 q 는 서로소인 자연수 | 수학적 귀납법 |
| ③ | 3 | p 와 q 는 최소공배수가 3인 자연수 | 귀류법 |
| ④ | 5 | p 와 q 는 서로소인 자연수 | 귀류법 |
| ⑤ | 5 | p 와 q 는 최소공배수가 3인 자연수 | 수학적 귀납법 |

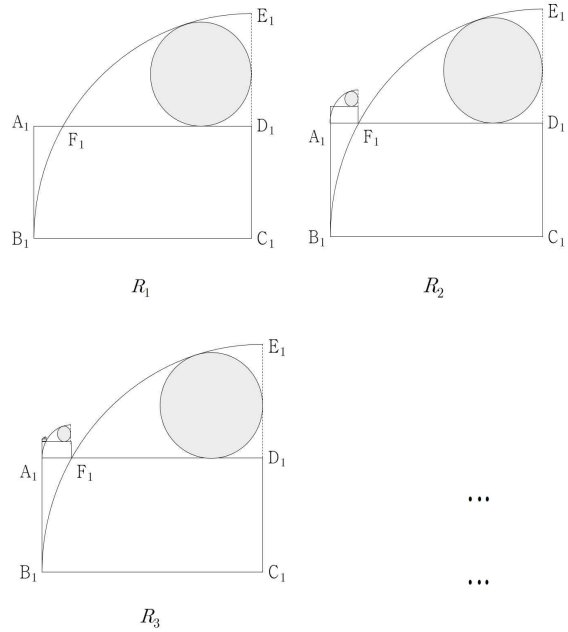
19. 서로 같은 10개의 연필을 같은 3개의 책상 위에 나누어 올려놓을 때, 책상 위에 있는 연필의 개수가 서로 다른 경우의 수는? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

20. 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{A_1D_1}=2$ 이다. 그림과 같이 점 C_1 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{B_1C_1}$ 인 사분원이 선분 C_1D_1 의 연장선과 만나는 점을 점 E_1 , 선분 A_1D_1 와 만나는 점을 점 F_1 로 잡으면, $\angle E_1D_1F_1 = 90^\circ$ 이다. 선분 D_1E_1 , 선분 D_1F_1 과 사분원 $B_1C_1E_1$ 의 호 E_1F_1 에 동시에 접하는 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 A_1F_1 을 긴 변으로 가지면서 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 과 닮음인 직사각형 $A_2A_1F_1D_2$ 을 그리고, 직사각형 $A_2A_1F_1D_2$ 에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어진 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 원의 둘레의 길이를 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} l_n$ 의 값은? [4점]



- ① $2(2 - \sqrt{3})\pi$
 ② $4(2 - \sqrt{3})\pi$
 ③ $2(3 - \sqrt{3})\pi$
 ④ $4(3 - \sqrt{3})\pi$
 ⑤ $4(5 - \sqrt{3})\pi$

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수가 아래 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $|f(x)|$ 는 $x=-1$ 에서만 미분 가능하지 않다.
 (나) 함수 $f(|x|)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분 가능하다.

$\int_{-1}^1 f(x)dx$ 의 최댓값이 M , 최솟값이 m 일 때, Mm 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대해 $a_3 = a_2 + 4$ 일 때 $a_5 - a_3$ 을 구하시오. [3점]

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + 2^{n+1}}{3^n - 2^n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다. $V(X)+E(X^2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

X	0	1	2	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

25. 실수 전체의 집합에서 정의되고 최고차항의 계수가 $\frac{1}{3}$ 인 삼차함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + (b+4)x$ 의 역함수 $g(x)$ 가 존재할 때, $a^2 - b$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

26. 아래 조건을 만족시키는 2 이상의 자연수 x, y, z, w 에 대해 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $x+y+z+w=14$

(나) x 와 w 는 서로소이다.

27. 실수 전체에서 정의되는 연속함수 $f(x)$ 가 아래 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right) = 8$$

$$(나) f(x+2) = \frac{1}{2}f(x)$$

$\int_1^5 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 아래 규칙에 따라 문자를 출력하는 기계가 있다.

(가) 기계의 입력창은 총 2개이며 각 입력창에 1~4의 숫자 중 하나가 임의로 입력된다.

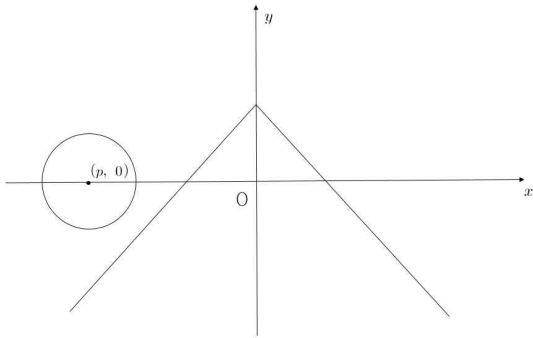
(나) 기계는 입력된 두 숫자의 합을 4로 나눈 나머지를 구하여 아래 표에 따라 문자를 출력한다.

나머지	출력 문자
0	아
1	어
2	오
3	우

예를 들어 (4, 3)이 입력되면 문자 '우'가 출력된다. 네 번 기계를 작동하여 만든 문자열에 '아', '어', '오', '우'가 모두 있었을 때, 입력된 두 숫자의 곱이 두 번만 짝수였을 확률은 p 이다. $40p$ 를 구하시오. [4점]

29. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(p)$ 는 아래와 같이 정의된다.

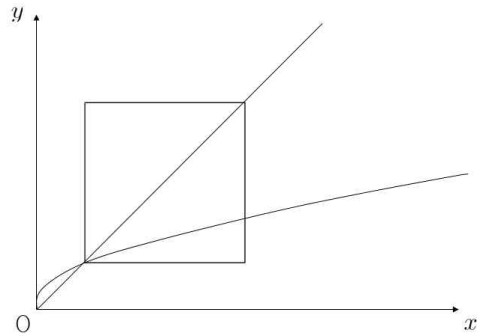
함수 $h(p)$ 는 p 에 따라 중심의 위치가 변하는 원 $(x-p)^2 + y^2 = 1$ 과 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y = -|x| + \sqrt{2}$ 의 교점의 개수이다.



이차함수 $f(p)$ 에 대해 $f(p)h(p)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속함수이다. $\frac{f'(3)}{f(3)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 2 이상의 자연수 n 에 대해 다음 조건을 만족시키는 정사각형의 한 변의 길이 중 가장 작은 짝수를 $f(n)$ 이라 하자.

- (가) 정사각형의 모든 변은 x 축 또는 y 축과 평행하다.
- (나) 정사각형의 두 대각선이 만나 생기는 교점은 점 (n, n) 이다.
- (다) 정사각형은 곡선 $y = \sqrt{x}$ 과 두 점에서 만난다



예를 들어 $f(2) = 2$ 이다. 두 자연수 a, b (단, $a < b$)에 대해 $f(a) = f(b) \leq 100$ 를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]